

Über die Einheit fundamentaler Kräfte

Hans Peter Nilles

Bethe Zentrum für Theoretische Physik und Center for Science and Thought
Universität Bonn



Präludium

Wir verfügen über zwei erfolgreiche Modelle:

- das **Standard-Modell (SM)** der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkungen

beschreibt alle bisher bekannten Phänomene der Elementarteilchen-Physik.

- das kosmologische **Λ CDM Modell**

beschreibt die Entwicklung des Universums im Rahmen gravitationeller Wechselwirkung

Es bleiben allerdings noch viele Fragen offen.

Offene Fragen

Im Λ CDM:

- Ursprung der Dunklen Energie (DE)
- Natur der Dunklen Materie (DM)

Im SM:

- "Hierarchie Problem" (Relation der Energieskalen)
- Instabilität des Grundzustandes
- Ursprung der Antisymmetrie zwischen Materie und Anti-Materie
- Landau-Pol für die Entwicklung der elektromagnetischen Kopplungskonstanten

Bausteine und Kräfte

Fragen an eine fundamentale Theorie

- Bausteine der Materie?
- fundamentale Wechselwirkungen?

Wo sind wir?

- 4 fundamentale Kräfte
- Quarks + Leptonen als Bausteine
- **Haben die Kräfte einen gemeinsamen Ursprung?**

Vereinheitlichung der Wechselwirkungen erfordert eine Erweiterung des SM. Können damit einige der offenen Fragen beantwortet werden? Etwa DM und Landau-Pol?

Fundamentale Wechselwirkungen

- **Starke Wechselwirkung:**
Stabilität der Atomkerne und damit aller Materie
- **Elektromagnetismus:**
Atom- und Molekülphysik, Chemie, Biologie
- **Schwache Wechselwirkung:**
Sternentwicklung, Sonnenenergie
- **Gravitation:**
Entwicklung des Kosmos als Ganzem

Alle fundamentalen Wechselwirkungen sind von großer Bedeutung für unsere Existenz

Fundamentale Wechselwirkungen

- **Starke Wechselwirkung:**

Stärke 1, Reichweite 10^{-15} m, **Gluonen**, Spin 1

- **Elektromagnetismus:**

Stärke 10^{-2} , Reichweite ∞ , **Photon**, Spin 1

- **Schwache Wechselwirkung:**

Stärke 10^{-5} , Reichweite 10^{-17} m, **W^+ , W^- , Z** , Spin 1

- **Gravitation:**

Stärke 10^{-38} , Reichweite ∞ , **Graviton**, Spin 2

Austausch-Teilchen mit Spin-1-Eichbosonen für starke schwache und elektromagnetische Wechselwirkungen

Einheit der Wechselwirkungen

Magnetismus

E.+M.

Elektrizität

$SU(2) \times U(1)$

Schwache WW

100 GeV

GUT

Starke Wechselwirkung (QCD)

10^{16} GeV

M_{GUT}

?

Planeten-
bahnen

Schwerkraft (Gravitation)

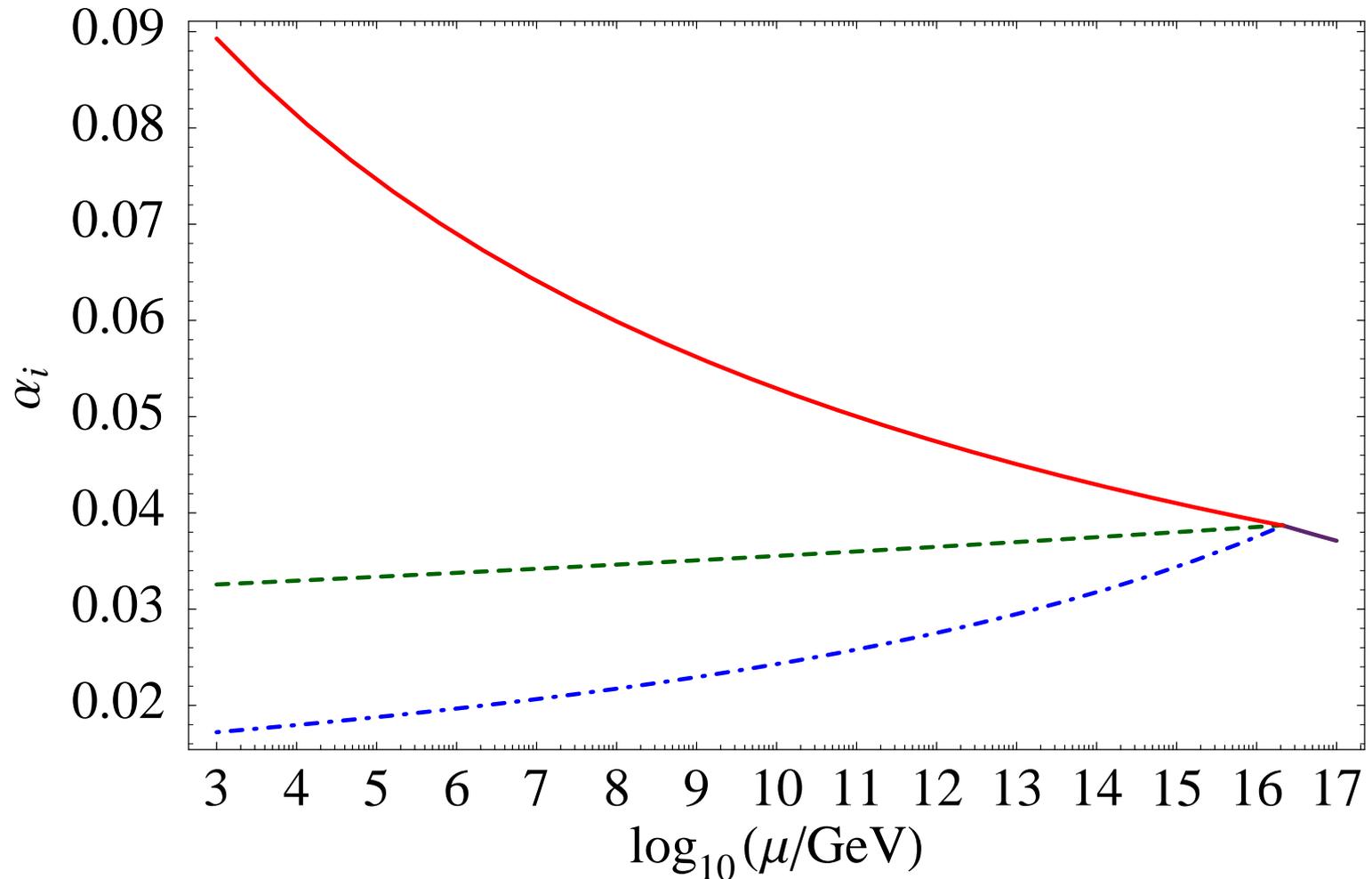
10^{19} GeV

M_{Planck}

Erd-

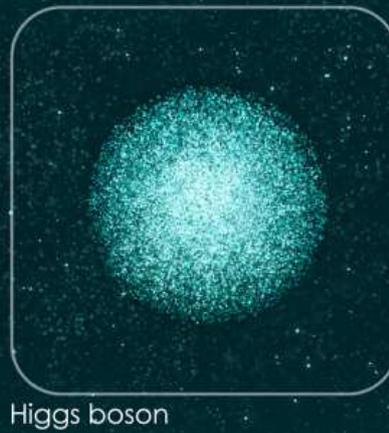
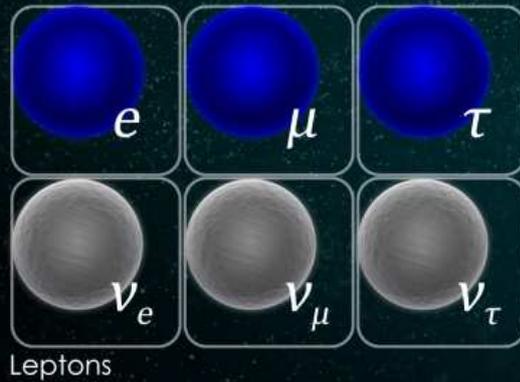
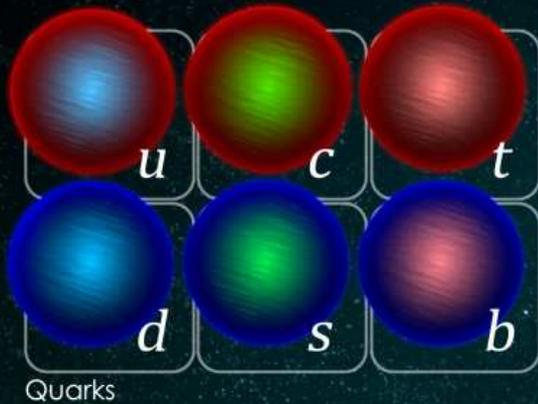
anziehung

Laufende Kopplungsstärken



Der Weg zur "Großen Vereinheitlichung" (GUT)

Standard Modell



Standard Modell

Standard Modell der Elementarteilchenphysik beinhaltet:

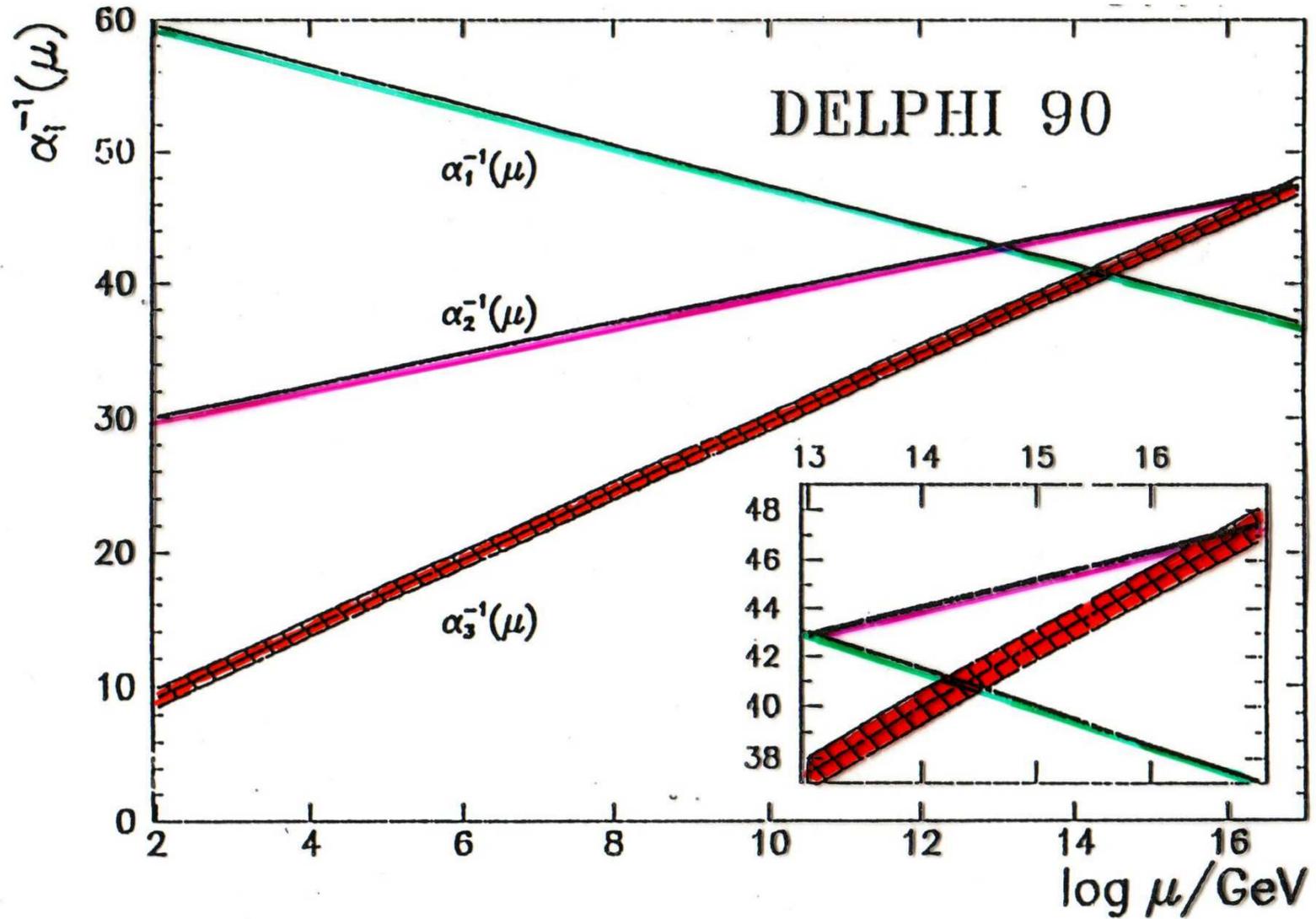
- Eich-Bosonen der Gruppen $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
- drei Familien von Quarks und Leptonen
- ein skalares Higgs-Boson (für $M_{\text{Higgs}} = 125 \text{ GeV}$)

Es ist erfolgreich aber nicht komplett:

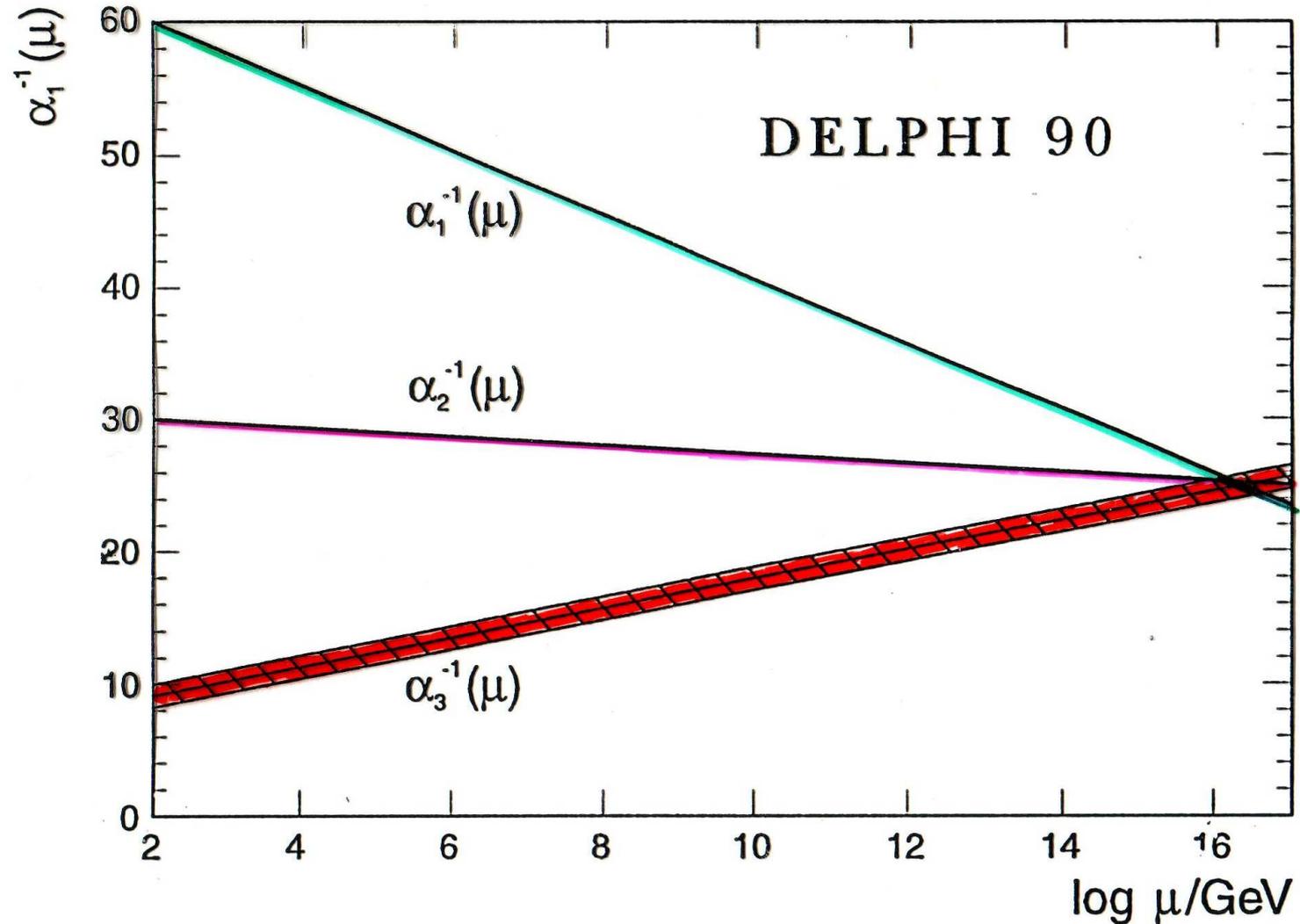
- Evolution der Kopplungskonstanten?
- Landau-Pol?
- Instabilität des Vakuums ($M_{\text{Higgs}} < 130 \text{ GeV}$)!
- Dunkle Materie und dunkle Energie im ΛCDM Modell.
- Asymmetrie von Materie und Antimaterie?

Es muss daher Physik jenseits des SM existieren!

Standard Modell



Erweitertes SM: Supersymmetrie



Standard Modell

Standard Modell der Elementarteilchenphysik beinhaltet:

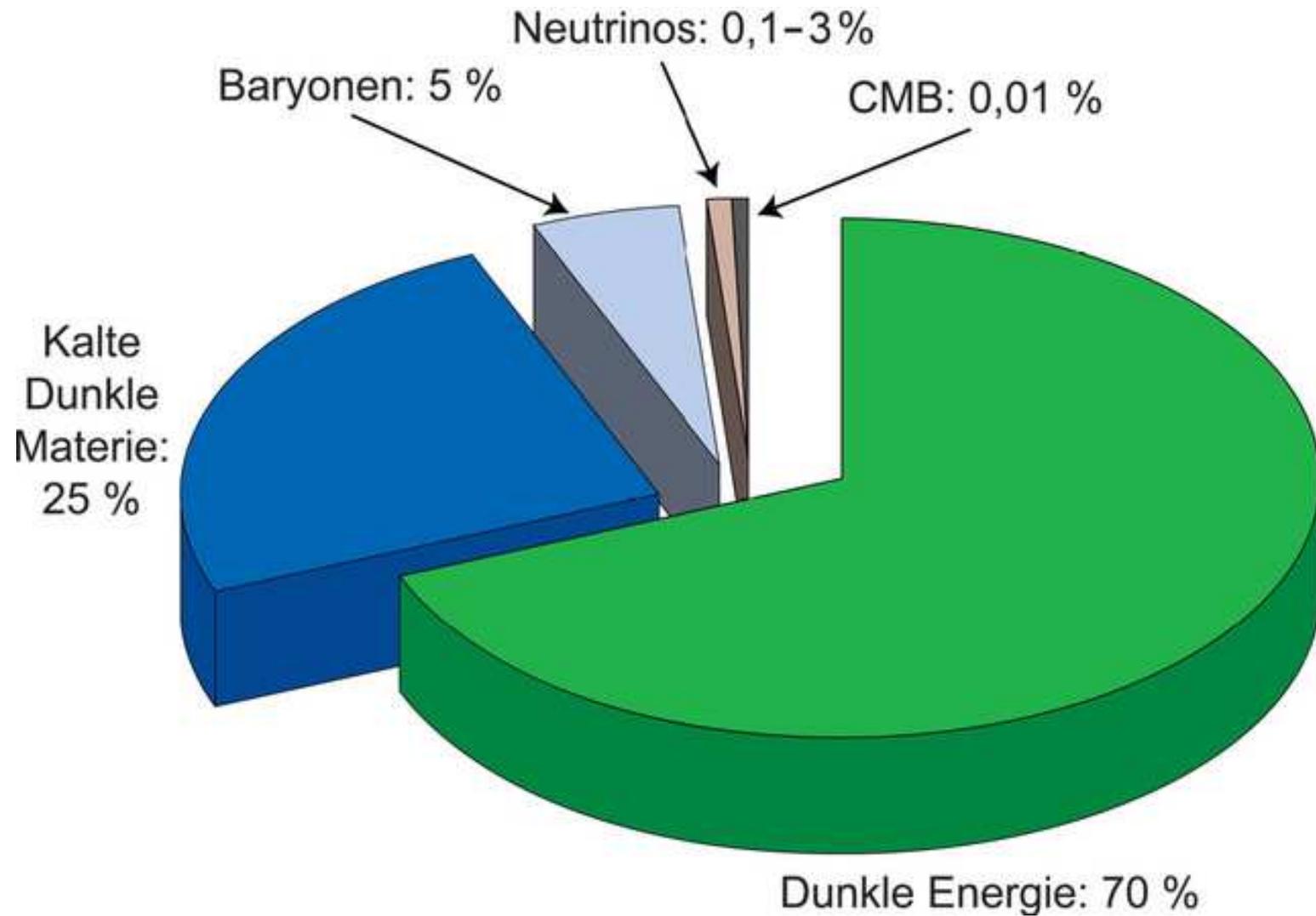
- Eich-Bosonen der Gruppen $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
- drei Familien von Quarks und Leptonen
- ein skalares Higgs-Boson (für $M_{\text{Higgs}} = 125 \text{ GeV}$)

Es ist erfolgreich aber nicht komplett:

- Evolution der Kopplungskonstanten?
- Landau-Pol?
- Instabilität des Vakuums ($M_{\text{Higgs}} < 130 \text{ GeV}$)!
- Asymmetrie von Materie und Antimaterie?
- Dunkle Materie und dunkle Energie im ΛCDM Modell.

Es muss daher Physik jenseits des SM existieren!

Energie-Kuchen



Drei fundamentale Fragen

Es muss also Physik jenseits des SM existieren.

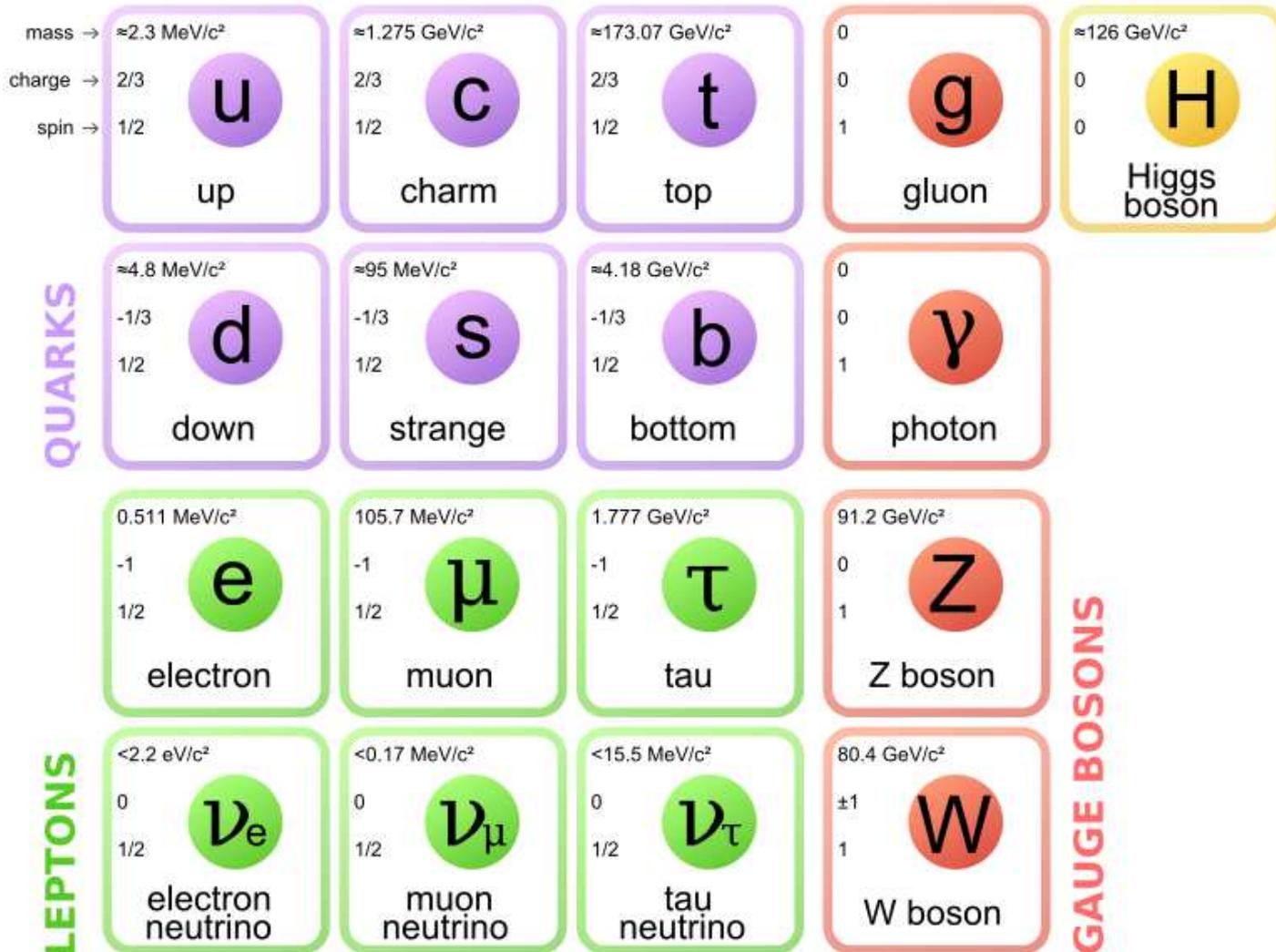
Könnte sie auch zur Beantwortung der folgenden theoretischen Fragen behilflich sein?

- Struktur einer Familie von Quarks und Leptonen?
- Warum drei Familien?
- Ursprung der Eichgruppen $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$?

Wie korreliert die Struktur der Bausteine der Materie mit der Natur der fundamentalen Wechselwirkungen?

Ist sie ein Schritt zur "Einheit der Kräfte"? Erklärt die Existenz dunkler Materie? Stabilität des Grundzustandes?

Standard Modell



Familie von Quarks und Leptonen

Die Eichgruppen sind $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$

$$(u_\alpha, d_\alpha)_{Y=1/6} \quad (\nu_e, e)_{Y=-1/2}$$

$$(\bar{u}_\alpha)_{Y=-2/3} \quad (\bar{e})_{Y=1}$$

$$(\bar{d}_\alpha)_{Y=1/3} \quad (\bar{\nu})_{Y=0}$$

mit $SU(3)$ -index $\alpha = 1, 2, 3$. Bemerkenswert ist:

$$\sum_i Y_i = 0 \quad \text{and} \quad \sum_i Y_i^3 = 0$$

Kompliziert (aber komplett) und wiederholt sich dreifach!

Einheit der Wechselwirkungen

Magnetismus

E.+M.

Elektrizität

$SU(2) \times U(1)$

Schwache WW

100 GeV

GUT

Starke Wechselwirkung (QCD)

10^{16} GeV

M_{GUT}

?

Planeten-
bahnen

Schwerkraft (Gravitation)

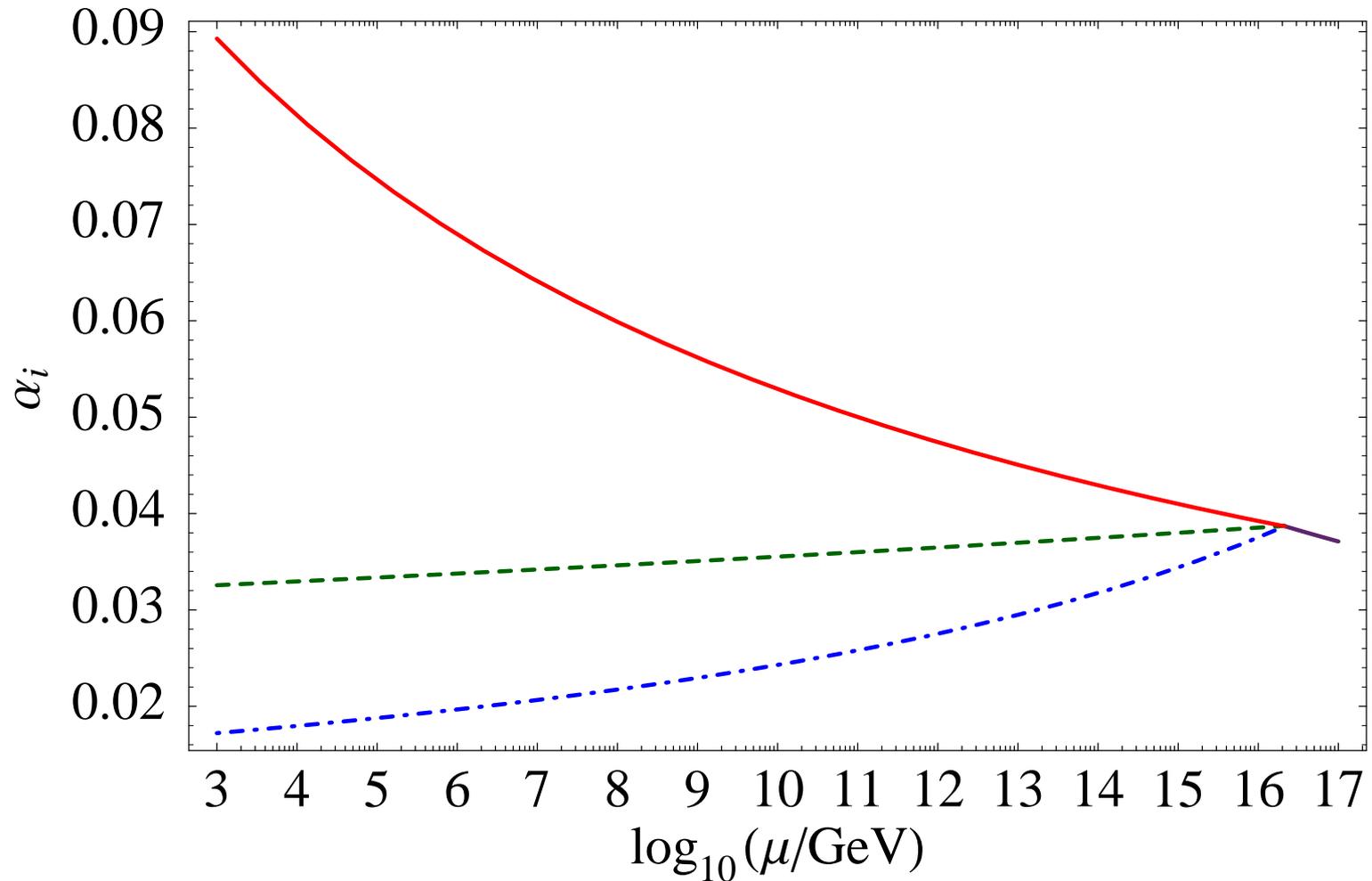
10^{19} GeV

M_{Planck}

Erd-

anziehung

Laufende Kopplungsstärken



Der Weg zur "Großen Vereinheitlichung" (GUT)

Grand Unification

Einbettung der SM Eichgruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$

- in eine umfassende vereinheitlichte (GUT)-Gruppe
- daher nur eine einzige Eichkopplung
- Quarks und Leptonen müssen zudem in Darstellungen der GUT Gruppe eingebettet werden

Beobachtung des Spektrums bevorzugt $SO(10)$.

Eine Familie von Quarks und Leptonen entspricht der

- 16-dimensionalen Spinor-Darstellung von $SO(10)$

Die experimentell beobachtete Struktur einer Familie von Quarks und Leptonen ist starkes Argument für

GUT-Gruppe $SO(10)$.

Familie von Quarks und Leptonen

Die Eichgruppen sind $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$

$$(u_\alpha, d_\alpha)_{Y=1/6} \quad (\nu_e, e)_{Y=-1/2}$$

$$(\bar{u}_\alpha)_{Y=-2/3} \quad (\bar{e})_{Y=1}$$

$$(\bar{d}_\alpha)_{Y=1/3} \quad (\bar{\nu})_{Y=0}$$

mit $SU(3)$ -index $\alpha = 1, 2, 3$. Bemerkenswert ist:

$$\sum_i Y_i = 0 \quad \text{and} \quad \sum_i Y_i^3 = 0$$

Wird einfach: eine irreduzible Darstellung von $SO(10)$!

Binär-Code für Quarks und Leptonen

$(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5)$ mit $n_i = 0, 1$ und $\sum_i n_i = \text{gerade}$

● $(1, 1, 1, 1, 0)$ 5 Kombinationen

● $(1, 1, 0; 1, 1)$

\bar{d}

● $(1, 1, 1; 0, 1)$

(ν_e, e)

● $(1, 1, 0, 0, 0)$ 10 Kombinationen

● $(1, 1, 0; 0, 0)$

\bar{u}

● $(1, 0, 0; 1, 0)$

(u, d)

● $(0, 0, 0; 1, 1)$

\bar{e}

● $(0, 0, 0, 0, 0)$ 1 Kombination

$\bar{\nu}_e$

Drei fundamentale Fragen

Fortschritte bisher:

- Familien-Struktur von Quarks und Leptonen?

Antwort: 16-dim. Spinor-Darstellung von $SO(10)$
(beobachtetes Spektrum der Quarks und Leptonen)

- Warum drei Kopien der gleichen Struktur?

bisher keine Antwort!

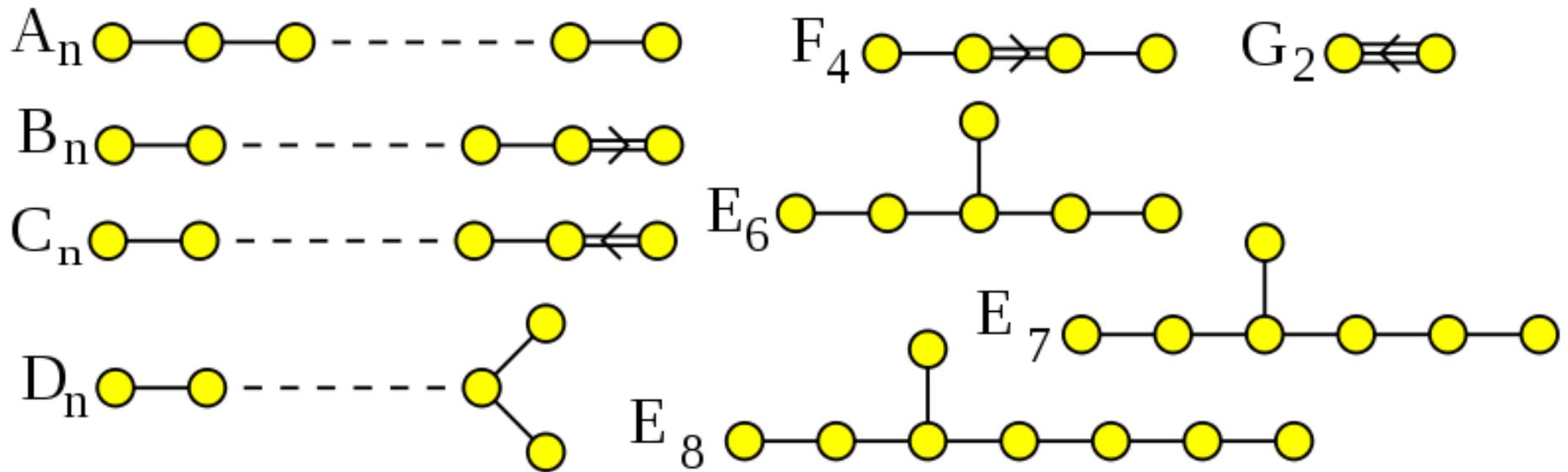
Versuche in der Gruppentheorie erfolglos!

- Ursprung von $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$?

Wird ersetzt durch: Ursprung von $SO(10)$?

Gibt es eine Erklärung aus der Mathematik?

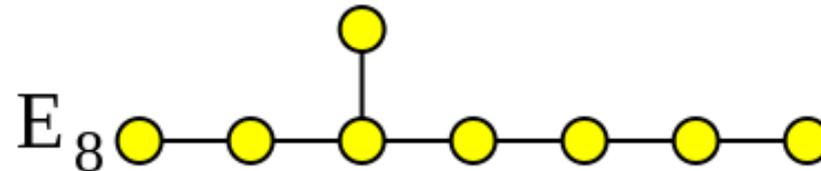
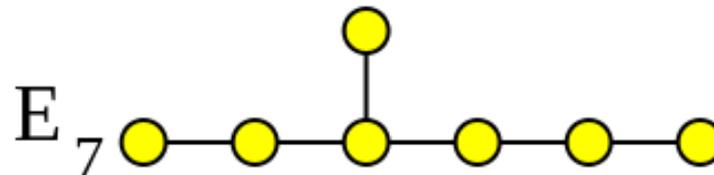
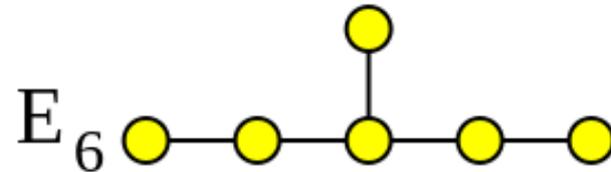
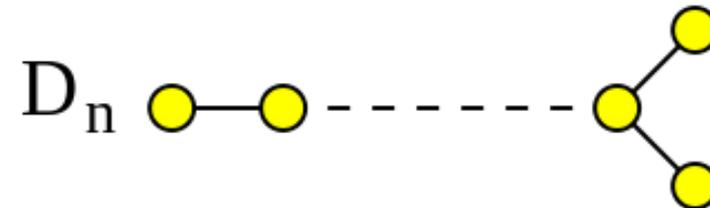
Warum $SO(10)$: Dynkin Diagramme



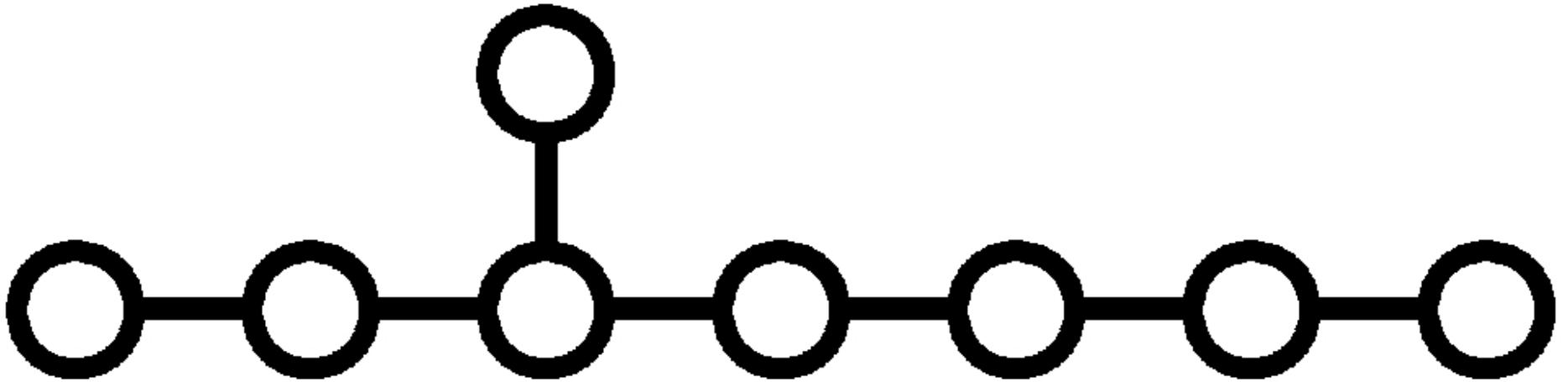
Lie Gruppen klassifiziert in 4 unendlichen Reihen $SU(N)$, $SP(2N)$, $SO(2N + 1)$, $SO(2N)$ sowie 5 Ausnahme-Gruppen.

Nicht alle erlauben "chirale" Darstellungen und sind nicht zur Beschreibung der **Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung** geeignet.

"Simply Laced" Lie Groups



Maximale Ausnahme-Gruppe E_8

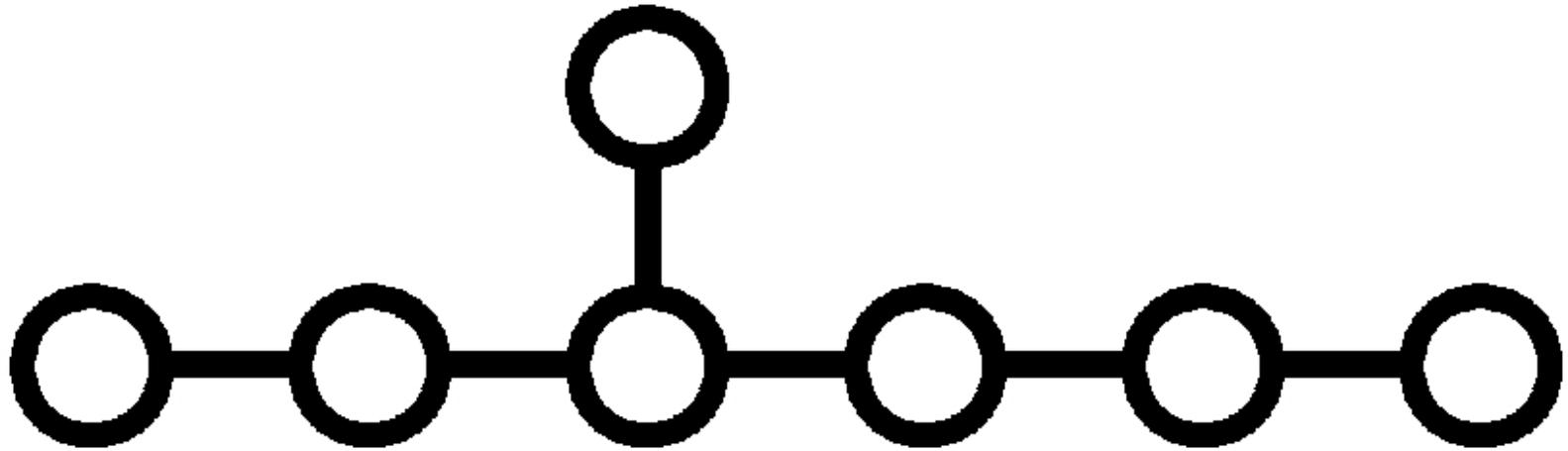


Besonderer Augenmerk auf E_8

Sie ist die größte exzeptionelle Gruppe.

Sie erlaubt allerdings keine chiralen Darstellungen in $d = 4$ Raum-Zeit Dimensionen (wohl aber in $d = 6$ oder $d = 10$).

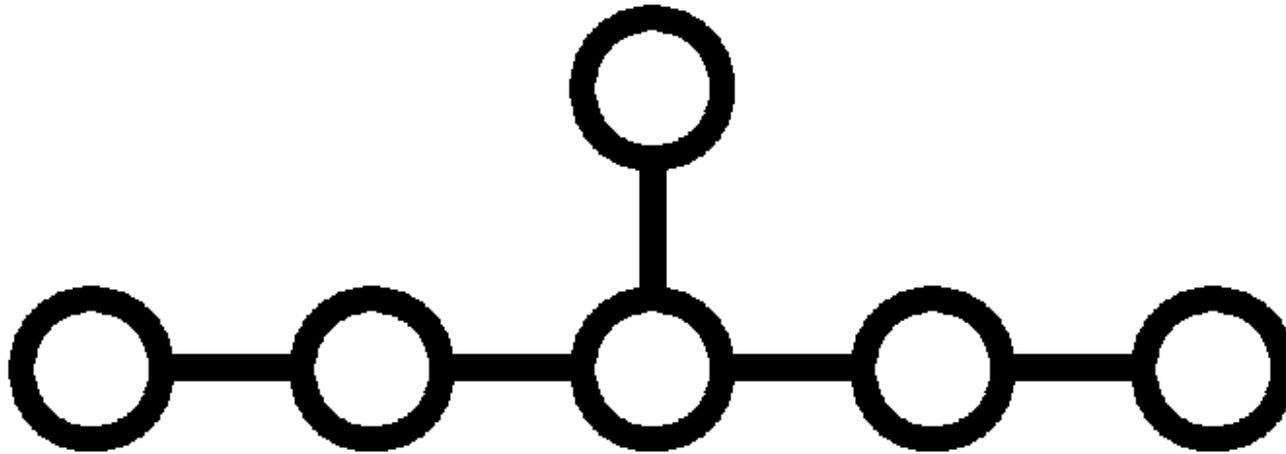
E_7



Größte Untergruppe ist E_7 (die "Tochter" der E_8).

Ebenso keine chiralen Darstellungen in $d = 4$.

E_6



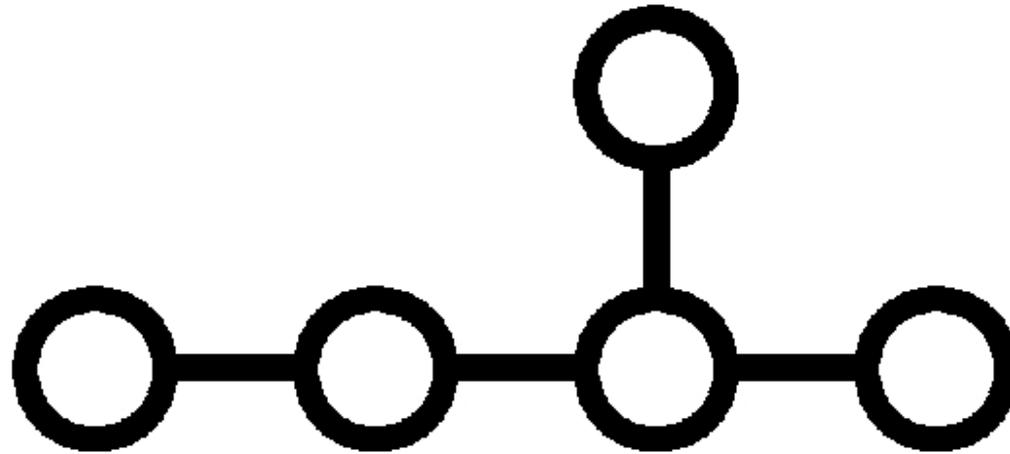
E_6 (die "Tochter" der E_7 und "Enkelin" der E_8)

Erlaubt chirale Darstellungen in $d = 4$.

Wäre daher als vereinheitlichte GUT-Gruppe geeignet.

Kleinste Darstellung ist 27-dimensional.

$$E_5 = D_5$$



E_5 ist eigentlich keine Ausnahmegruppe.

Sie stimmt mit $D_5 = SO(10)$ überein!

$SO(10)$ damit sowohl Mitglied der E - als auch der D -Reihe.

Argumente für E_8

E_8 erscheint sehr attraktiv

- maximale (Ausnahme)-Gruppe
- E_8 erscheint bevorzugt in der Stringtheorie ($E_8 \times E_8$ heterotischer String und M/F Theorie)

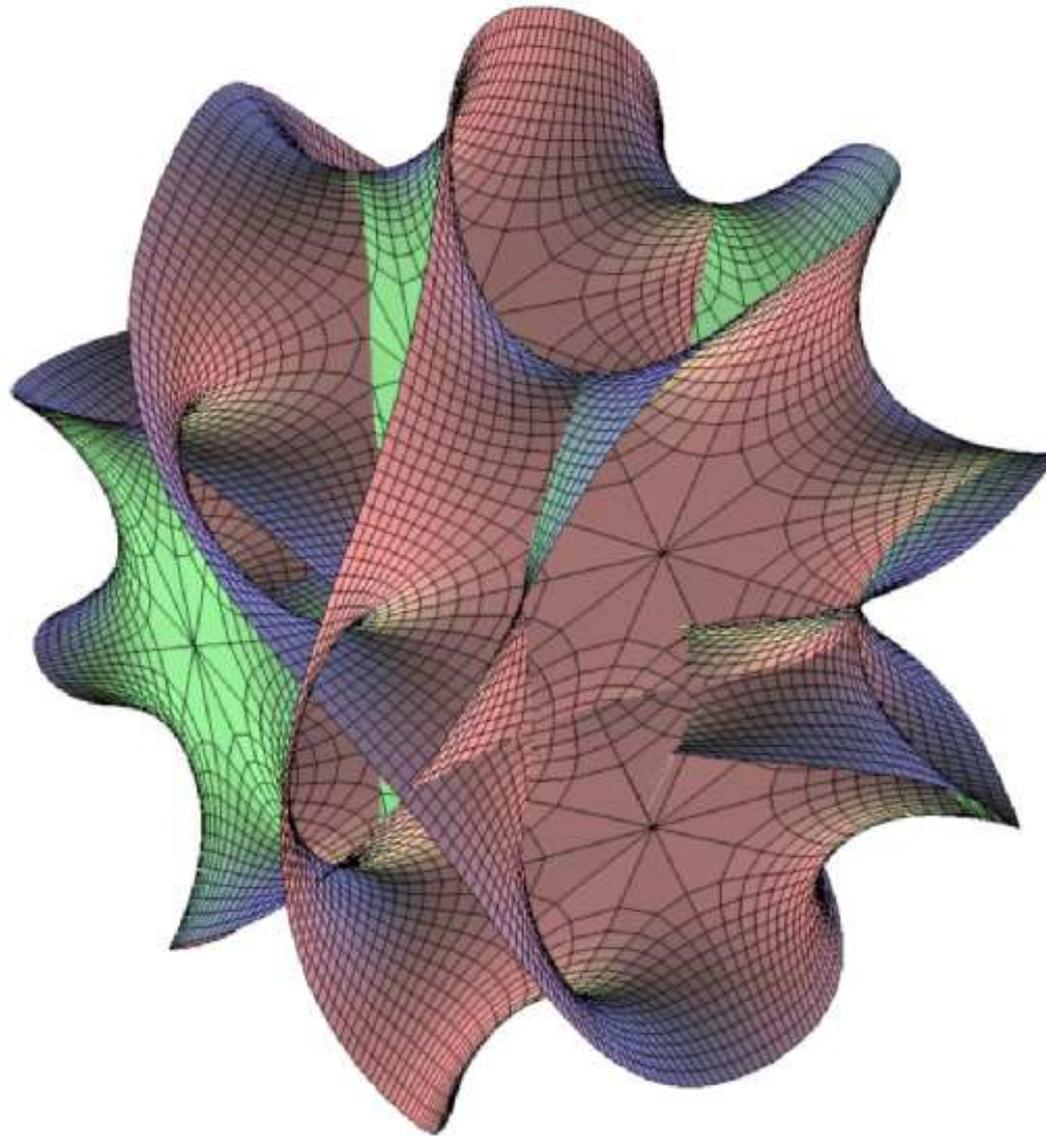
Allerdings keine "chirale Struktur" in $d = 4$ Dimensionen!

- E_8 hat chirale struktur in $d = 8n + 2$
- Stringtheorie erfordert $d = 10$ und Super-Symmetrie
- "topologische" Brechung der E_8 zu $E_5 = SO(10)$ in sechs kompakten Raum-Dimensionen

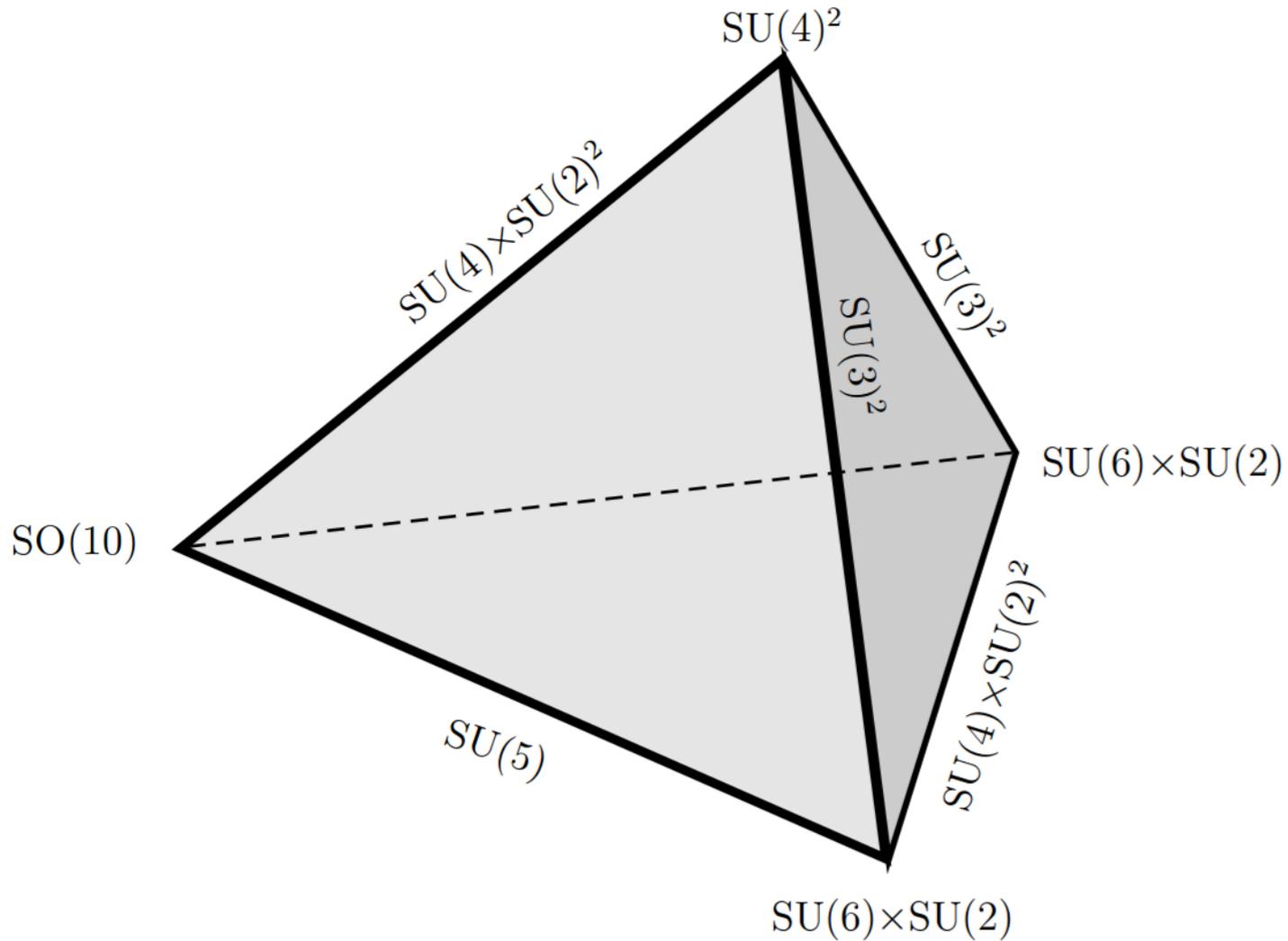
Topologie der kompakten Dimensionen und topologische Quantenzahlen (etwa die Euler-Zahl) werden relevant.

Wie auch das Konzept lokalisierter Eichgruppen.

Calabi-Yau



Lokalisierte Vereinheitlichung



Status quo

Zurück zu den fundamentalen Fragen:

- **Struktur der Familie von Quarks und Leptonen:**
16-dimensionale Spinor-Darstellung von $SO(10)$
- **Warum drei Kopien?**
topologische Eigenschaften kompakter Dimensionen
z.B. Euler-Zahl bestimmt Anzahl der Familien.
- **Warum $SO(10)$?**
Sie ist direkter Nachkomme ("Ur-Enkelin") E_5 von E_8 .
- **"Lokalisierte" Vereinheitlichung:**
erlaubt chirale Struktur des Standardmodells

Status quo

Zurück zu den fundamentalen Fragen:

- **Struktur der Familie von Quarks und Leptonen:**
16-dimensionale Spinor-Darstellung von $SO(10)$
- **Warum drei Kopien?**
topologische Eigenschaften kompakter Dimensionen
z.B. Euler-Zahl bestimmt Anzahl der Familien.
- **Warum $SO(10)$?**
Sie ist direkter Nachkomme ("Ur-Enkelin") E_5 von E_8 .
- **"Lokalisierte" Vereinheitlichung:**
erlaubt chirale Struktur des Standardmodells

Diese Strukturen verlangen nach Physik jenseits des SM!

Physik jenseits des SM

Das Standardmodell ist nicht vollständig. Es bleiben viele Fragen offen.

- Probleme mit Vereinheitlichung der Kopplungen
- Instabilität aufgrund der kleinen Higgs-Masse
- Das "Hierarchie-Problem" ($M_{\text{Higgs}} \ll M_{\text{GUT}}$)
- Herkunft Dunkler Materie und Dunkler Energie
- Ursprung der Materie-Antimaterie-Asymmetrie

Physik jenseits des SM

Das Standardmodell ist nicht vollständig. Es bleiben viele Fragen offen.

- Probleme mit Vereinheitlichung der Kopplungen
- Instabilität aufgrund der kleinen Higgs-Masse
- Das "Hierarchie-Problem" ($M_{\text{Higgs}} \ll M_{\text{GUT}}$)
- Herkunft Dunkler Materie und Dunkler Energie
- Ursprung der Materie-Antimaterie-Asymmetrie

Irgendwo sollte sich "Neue Physik" verstecken. Aber wo?

- Gibt es Argumente für die TeV-Skala?
- Reicht die Energie des LHC?

Supersymmetrie als Beispiel

Vier wichtige Argumente für Supersymmetrie

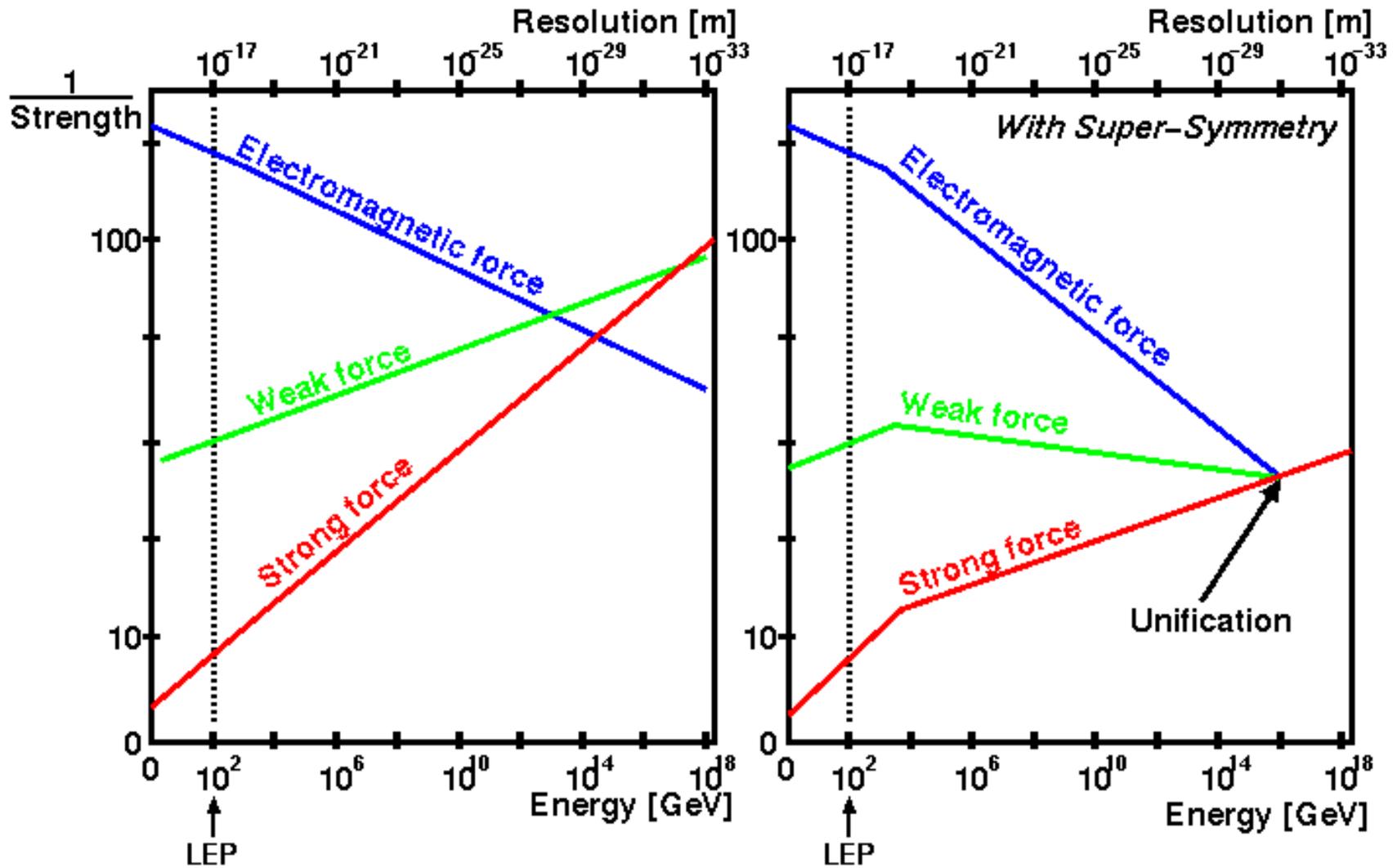
- Lösung des Hierarchie-Problems
- Vereinheitlichung der Eich-Kopplungen
- Higgs-Masse kleiner als 130 GeV
- Kandidaten für Dunkle Materie

Wenn wir diese Argumente ernst nehmen können wir eventuell die Skala neuer Physik bestimmen.

- Vereinheitlichung der Kopplungen im SUSY-Schema
- mit möglichst geringen Massen der SUSY-Teilchen (relevant für Dunkle Materie)

Was bedeutet das für die Suche am LHC?

Schwelleneffekte



Evolution der Kopplungen

$$\frac{1}{g_i^2(M_{\text{GUT}})} = \frac{1}{g_i^2(M_Z)} - \frac{b_i^{\text{MSSM}}}{8\pi^2} \ln\left(\frac{M_{\text{GUT}}}{M_Z}\right) + \frac{1}{g_{i,\text{Thr}}^2}$$

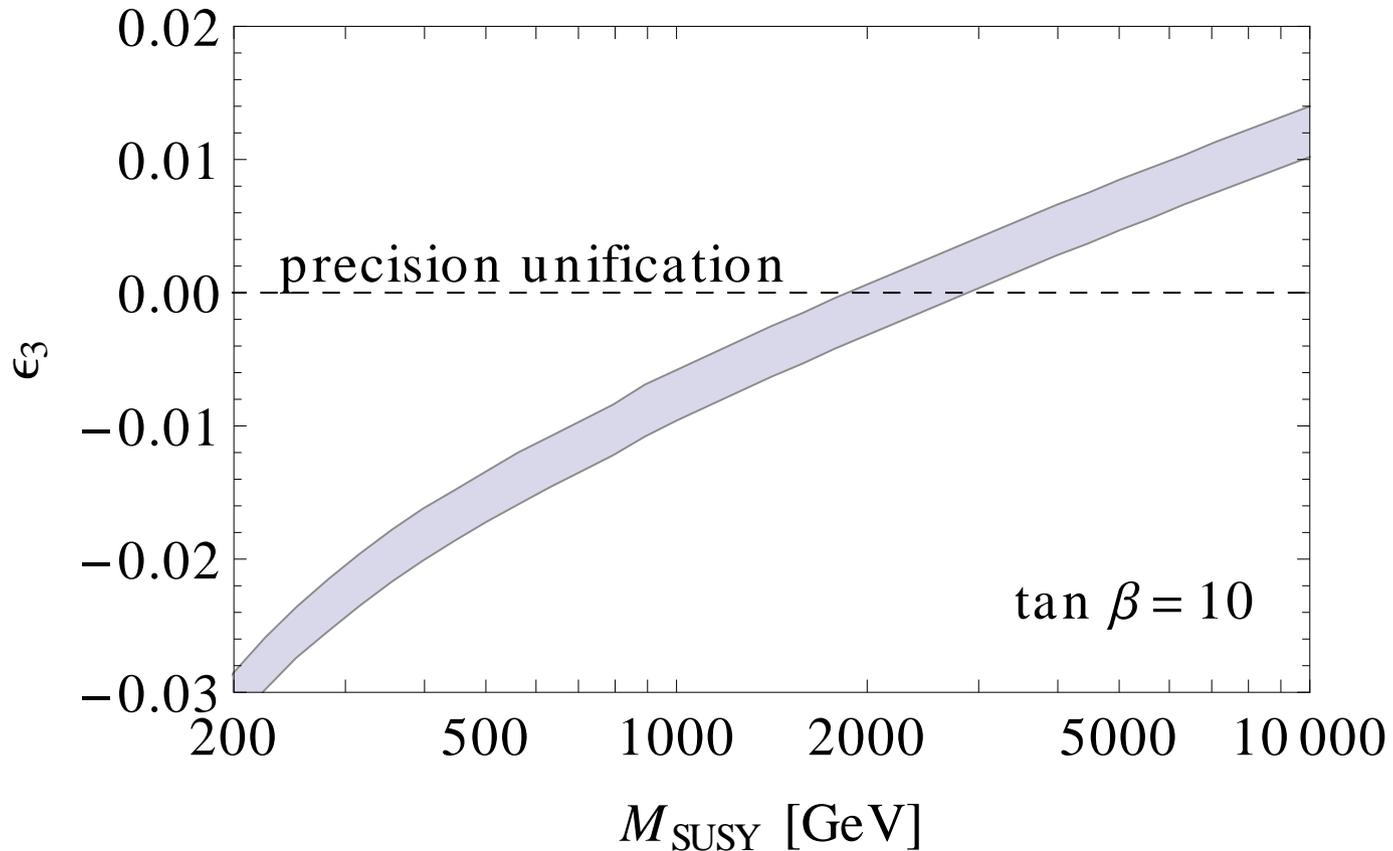
Schwelle bei M_{susy} :

$$\frac{1}{g_{i,\text{Thr}}^2} = \frac{b_i^{\text{MSSM}} - b_i^{\text{SM}}}{8\pi^2} \ln\left(\frac{M_{\text{susy}}}{M_Z}\right)$$

Maß für die Vereinheitlichung:

$$\epsilon_3 = \frac{g_3^2(M_{\text{GUT}}) - g_{1,2}^2(M_{\text{GUT}})}{g_{1,2}^2(M_{\text{GUT}})}$$

Bestimmung von M_{SUSY}



M_{SUSY} sollte im Bereich mehrerer TeV liegen.

Massen der SUSY-Teilchen

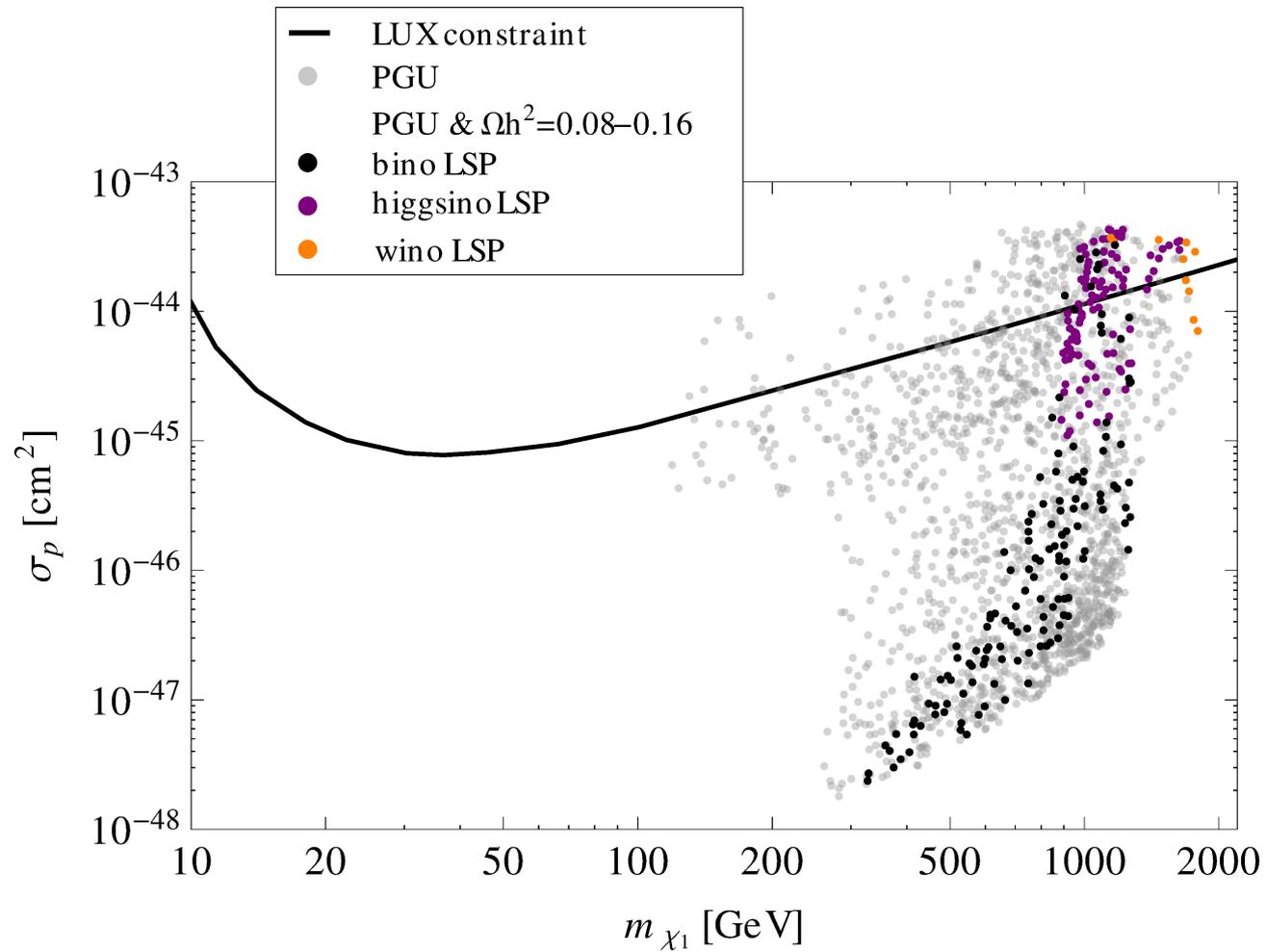
SUSY-Partner alle gleiche Masse M : dann gilt $M_{\text{SUSY}} = M$.
Bei verschiedenen Massen ergibt sich eine effektive Skala:

$$M_{\text{SUSY}} \sim \frac{m_{\tilde{W}}^{32/19} m_{\tilde{h}}^{12/19} m_H^{3/19}}{m_{\tilde{g}}^{28/19}} \sim 2 - 3 \text{ TeV}.$$

Relevanz der Struktur der "effektiven" Masse:

- alle supersymmetrischen Partner können sich oberhalb von M_{SUSY} befinden
- Die Energie des LHC reicht daher eventuell nicht aus!

Suche nach dunkler Materie (WIMP)



Wo stehen wir?

Die Vereinheitlichung fundamentaler Wechselwirkungen

- erfordert neue Physik jenseits des Standard-Modells:
z.B. Supersymmetrie und höhere Raum-Zeit-Dimension

Einige Fragen wären damit beantwortet:

- Ursprung dunkler Materie
- Stabilität des Grundzustandes
- Abwesenheit des Landau-Pols
- Familie als 16-dim. Spinor-Darstellung von $SO(10)$,
- $SO(10)$ direkter Nachfahre ("Ur-Enkelin") von E_8 ,
- topologische Eigenschaften höherer Dimensionen erklären die Anzahl der Familien

Fazit

Die Vereinheitlichung fundamentaler Wechselwirkungen

- würde eine ganze Reihe unserer Probleme lösen

Neue Physik jenseits des SM könnte den Nachweis erbringen. Experimente sind auf dem Weg:

- Beschleuniger LHC (Schweiz), KEK (Japan)
- Präzisionsmessungen (Protonzerfall, $(g - 2)_\mu$, EDM)
- direkter Nachweis Dunkler Materie
- kosmologische und astrophysikalische Beobachtungen

Genügend offene Probleme. Es bleibt spannend.

Die Ruhe vor dem Sturm???

Genauere Hinweise erwünscht



Einheit der Wechselwirkungen

Magnetismus

E.+M.

Elektrizität

$SU(2) \times U(1)$

Schwache WW

100 GeV

GUT

Starke Wechselwirkung (QCD)

10^{16} GeV

M_{GUT}

?

Planeten-
bahnen

Schwerkraft (Gravitation)

10^{19} GeV

M_{Planck}

Erd-

anziehung