

Höchstenergetische kosmische Neutralinos
und
ihre Wechselwirkungen mit Materie

von
Sascha Bornhauser

Diplomarbeit in Physik
angefertigt im
Physikalischen Institut

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

Bonn
im November 2005

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Referent: Prof. Dr. Manuel Drees

Korreferent: Prof. Dr. Herbert K. Dreiner

Danksagung

Ich möchte mich bei meinen Eltern bedanken, die mich im Leben immer unterstützt haben, mit Rat zur Seite standen und mir mein Studium ermöglicht haben. Dann will ich mich bei meinen drei „kleinen“ Brüdern bedanken, ohne die ich heute zwar noch einige hundert Millionen Nervenzellen mehr hätte, mein Leben auch aber um einiges langweiliger gewesen wäre. Mein Dank gilt auch meiner Freundin Svenja, die in dem Jahr meiner Diplomarbeit immer für mich da war und besonders in der Endphase meiner Arbeit viel Verständnis für mich aufgebracht hat.

Meinem Betreuer Herrn Prof. Dr. Manuel Drees möchte ich dafür danken, dass er es mir ermöglicht hat, in seiner Arbeitsgruppe diese Arbeit zu schreiben und auf meine Fragen immer eine Antwort wußte. Im weiteren bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Herbert K. Dreiner, der freundlicherweise die Zweitkorrektur dieser Arbeit übernommen hat.

Zuletzt will ich mich bei meinen Zimmergenossen bedanken, mit denen ich manche hilfreiche Diskussion hatte und oft gelacht habe.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	5
1.1	Motivation	5
1.2	„Top-Down“ Szenarien und Supersymmetrie	7
1.3	Neutralinos	8
I	Totale Wirkungsquerschnitte	12
2	Berechnung der totalen Wirkungsquerschnitte	12
2.1	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal	12
2.1.1	Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt	12
2.1.2	Berücksichtigung von vier Quarks	14
2.1.3	Berücksichtigung von fünf Quarks	16
2.2	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal	16
2.2.1	Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt	17
2.2.2	Plots der totalen Wirkungsquerschnitte	20
2.3	Mischdiagramme s- und t-Kanal	21
2.3.1	Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt	21
2.3.2	Größe der Beiträge	23
2.4	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ im t-Kanal	23
2.4.1	Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt	24
2.4.2	Plots der totalen Wirkungsquerschnitte	26
3	Diskussion der Ergebnisse	27
3.1	Neutrino	27
3.1.1	Der totale und differentielle Wirkungsquerschnitt	28
3.1.2	Plot des totalen Wirkungsquerschnittes	29
3.2	Vergleich von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s- und t-Kanal	30
3.2.1	Plots des jeweiligen totalen Wirkungsquerschnittes	30
3.2.2	Beurteilung	30
3.3	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im Vergleich zu $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$	31
3.3.1	Plots	31
3.3.2	Beurteilung	31
3.4	Gaugino- und Higgsino-artiges Neutralino	31
3.4.1	Plots	32
3.4.2	Beurteilung	33
3.5	Vergleich von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ mit $\sigma(\nu + q_i)$	33
3.5.1	Plots von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal	34
3.5.2	Beurteilung	37
II	Differentielle Wirkungsquerschnitte	40

4	Herleitung	40
4.1	Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal	40
4.2	Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal	42
5	Anwendung auf Transportgleichungen	44
5.1	Transportgleichung für den t-Kanal	44
5.1.1	Ansatz	49
5.1.2	$X = X(\theta)$	49
5.1.3	$K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(E, y)$ und $K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(E, y)$	50
5.1.4	$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(z_1 E_{in}, \frac{z}{z_1})}{dz_2}$	51
5.1.5	Beurteilung	53
5.2	Transportgleichungen für den s-Kanal	55
5.2.1	Ansatz	55
5.2.2	Beurteilung	56
6	Zusammenfassung	59
A	Totale Wirkungsquerschnitte	60
A.1	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal	60
A.2	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal	61
A.3	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ für Mischdiagramme des s-und t-Kanals	65
A.4	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ im t-Kanal	65
B	Differentielle Wirkungsquerschnitte	66
B.1	$\frac{d\sigma(E_{in}, y)}{dy}$ im t-Kanal	66
B.2	$\frac{d\sigma(E_{in}, y)}{dy}$ im s-Kanal	67
C	Differentielle und totale Zerfallsbreiten	69
C.1	Für ein ruhendes SUSY Teilchen	69
C.2	Für ein sich bewegendes SUSY Teilchen	71
D	Schwerpunktssystem	73
D.1	Größen im t-Kanal für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$	73
D.2	Größen im t-Kanal für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$	74
D.3	Definition von $\sigma(s)^{tot}$ im Schwerpunktssystem	74
E	x_{min} für t-Kanal Prozesse	75
E.1	Erster Ansatz	75
E.2	Zweiter Ansatz	76
E.3	Vergleich ersten mit zweiten Ansatz	77
F	Verwendete Datensätze	78
F.1	Für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal	78
F.2	Für ein Gaugino- oder Higgsino-artiges Neutralino	78
F.3	Einträge der Mischungsmatrizen von $H2$	79

G Vertizesfaktoren

Abbildungsverzeichnis

1	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ s-Kanal Wirkungsquerschnitt für vier Quarks	14
2	Partonverteilungsfunktionen	15
3	Aufteilung in Einzelbeiträge zum s-Kanal	15
4	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ s-Kanal Wirkungsquerschnitt für fünf Quarks	16
5	t-Kanal Wirkungsquerschnitt	20
6	t-Kanal Wirkungsquerschnitt gesamt und für $\tilde{\chi}_1^\circ$	21
7	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ Wirkungsquerschnitt im t-Kanal	27
8	Parton-Verteilungsfunktionen erweitert	27
9	Neutrino Wirkungsquerschnitt	29
10	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s- und t-Kanal	30
11	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im Vergleich zu $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$	31
12	Wirkungsquerschnitte für Gaugino- und Higgsino-artiges $\tilde{\chi}_1^\circ$	32
13	Wirkungsquerschnitte für Gaugino- und Higgsino-artiges $\tilde{\chi}_1^\circ$ in Einzelkomponenten	33
14	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal	34
15	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal für NC und CC Ströme	35
16	Einzelbeiträge $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal	35
17	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal ohne Masse der SUSY Teilchen	36
18	$\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal mit Masse der SUSY Teilchen null und zusätzlicher Manipulation	36
19	Neutrino und Neutralino Vergleich im s- und t-Kanal	37
20	Differentielle Wirkungsquerschnitte	41
21	Differentielle Wirkungsquerschnitte für Massen Null	42
22	Plots TG(direkt) für t-Kanal	47
23	Differentielle Zerfallsbreiten	53
24	Plots TG(direkt) für den t-Kanal	54
25	Plots TG(direkt) für den s-Kanal	57

Tabellenverzeichnis

1	Alle t-Kanal Beiträge für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$	18
2	t-Kanal Beitrag in Prozentangabe	30
3	Flusserhaltung(iterativ) für t-Kanal	48
4	Flusserhaltung(direkt) für t-Kanal	55
5	Flusserhaltung(direkt) für s-Kanal	58
6	x_{min} Werte	77
7	mSUGRA Szenarien	78
8	Bino- und Higgsino-artige Neutralino Datensätze	79
9	Neutralino Mischungsmatrix	79
10	Chargino Mischungsmatrix	79
11	Vertexfaktoren erster Teil.	80

12 Vertexfaktoren zweiter Teil 81

1 Einführung

1.1 Motivation

Jeder Quadratmeter der Atmosphäre unserer Erde wird pro Sekunde von 2000 hochenergetischen Teilchen aus dem All getroffen. Das gemessene Energiespektrum dieser sogenannten kosmischen Strahlung bewegt sich hierbei im Rahmen von $10^3 - 10^{20}$ eV. Im Energiebereich um 10^{20} eV sprechen wir von der höchstenergetischen Komponente der kosmischen Strahlung, Teilchen mit solch hoher Energie wurden von Experimenten wie Fly's Eye [1] oder AGASA [2] beobachtet. Diese und vergleichbare Experimente wie Haverah Park haben ebenfalls gezeigt, dass das höchstenergetische Teilchenspektrum von Protonen dominiert wird [3, 4, 5, 6]. Hierfür können wir beispielsweise aufführen, dass Yakutsk, Haverah Park und AGASA mehr Myonen in ihren Messungen registriert haben, als dies der Fall für ein Photon als Primärteilchen wäre. Im weiteren spricht hierfür die longitudinale Entwicklung der von Fly's Eye registrierten höchstenergetischen Ereignisse und die fehlende Nord-Süd Asymmetrie derselben in der Messung von AGASA. Unter dem Gesichtspunkt der Existenz höchstenergetischer Protonen mit Energien über 10^{20} eV müssen wir die Information sehen, dass Protonen mit Energien über $\approx 6 \times 10^{19}$ eV mit den kosmischen Hintergrundphotonen $\gamma_{2.7K}$ Pionen erzeugen können

$$p + \gamma_{2.7K} \rightarrow n + \pi^+ \quad (1)$$

$$\rightarrow p + \pi^0. \quad (2)$$

und hierbei ungefähr 20% ihre Energie verlieren. Dieser Prozess, der auch „GZK-Cutoff“ (Greisen-Zatsepin-Kuzmin) [7, 8] genannt wird, führt zu einer Energie-Verlustlänge von Protonen oberhalb von 6×10^{19} eV von ungefähr 50 Mpc. Dementsprechend sollten die Quellen für den auf der Erde beobachteten höchstenergetischen Spektrumsanteil innerhalb der Milchstrasse, unserer lokalen Gruppe von Galaxien oder dem Virgo Haufen zu finden sein. Bisher wurden jedoch noch keine mit den registrierten kosmischen Strahlen korrelierte Quellen gefunden. Dies muß aus zwei Gründen hervorgehoben werden: Denn einerseits werden Protonen solch hoher Energie von galaktischen oder extragalaktischen Magnetfeldern nicht oder nur minimalst abgelenkt und sollten somit direkt auf ihren Ursprung zurückzeigen. Andererseits ist es sehr schwierig im klassischen Rahmen des Standardmodells (SM) Protonen mit Hilfe von elektromagnetischen Feldern auf solch hohe Energien zu beschleunigen¹. Wenn dies überhaupt in Objekten wie „Hot Spots“ von Radio Galaxien [9], supermassiven schwarzen Löchern in inaktiven Quasaren [10] oder Gamma-Strahlungs Ausbrüchen [11] möglich ist, müßte dies von gut beobachtbaren Radiowellen, Röntgenstrahlen und ähnlichen begleitet sein.

Der Versuch einer nichtklassischen Erklärung wird mit den „Top-Down“ Modellen [12, 13] gegeben, in diesen wird die Existenz und der anschließende Zerfall superschwerer (X-) Teilchen mit Massen in der Größenordnung von 10^{21} bis 10^{25} eV postuliert. Im Rahmen des MSSM² steht am Ende der Zerfallskette eines X-Teilchens neben Photonen, Neutrinos, Elektronen und Protonen auch zusätzlich noch das LSP³. In dem in meiner Arbeit untersuchten Parameterbereich wird

¹Das Problem dieser unter dem Sammelbegriff „Bottom-Up“ laufenden Modelle liegt im Aufstellen eines ausreichend großen Produkt von Feldstärke mal der räumlichen Ausdehnung dieser Felder um auf Energien von 10^{20} eV zu kommen und Verlusten durch Synchrotron Strahlung

²Für eine Rezension siehe [14]

³„lightest supersymmetric particle“, also das leichteste supersymmetrische Teilchen

die Rolle des LSP von leichtesten Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ eingenommen. In [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] wurde der Zerfall eines X-Teilchens im Rahmen des MSSM eingehend behandelt, eines der hierbei gewonnenen Ergebnisse war, dass das $\tilde{\chi}_1^0$ am Ende der Zerfallskette einen beträchtlichen Anteil der anfänglichen Energie des Primärteilchens erhält. Somit wären höchstenergetische $\tilde{\chi}_1^0$ eine entscheidende Beobachtung für Top-Down Modelle und damit Physik jenseits unseres SM. Da das leichteste Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ jedoch neutral, stabil⁴, schwer (im Vergleich zu den Massen des SM) und schwach wechselwirkend ist, hat es die selbe Signatur wie ein schweres Neutrino. Damit stehen wir vor dem Problem den Hintergrund der ebenfalls höchstenergetischen Neutrinos aus dem Zerfall eines X-Teilchens von den leichtesten Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ zu unterscheiden. Eine einfache Lösung hierfür ist die Materie der Erde als Filter zu nutzen. Denn für eine bestimmte Art von Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$, Gaugino-artig genannt, mit denen ich mich in meiner Arbeit beschäftige ist der Wirkungsquerschnitt in Materie deutlich kleiner als der von Neutrinos. Somit werden höchstenergetische Neutrinos beim Durchlauf durch die Erde herausgefiltert und da hochenergetische Teilchen in unserer Atmosphäre gut meßbare Luftschauer auslösen, wäre die Beobachtung von aufwärts laufenden Luftschauern hoher Energie ($E > 10^5$ GeV) mit höchstenergetischen Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ gleichzusetzen.

Wie gerade beschrieben stellt also der Wirkungsquerschnitt von Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ mit Materie die entscheidende Größe für ihre Beobachtung in Experimenten dar. Deswegen beschäftige ich mich im ersten Teil meiner Arbeit mit dem totalen Wirkungsquerschnitt eines $\tilde{\chi}_1^0$ in Materie. Ich betrachte hierbei sowohl die Wechselwirkungen eines $\tilde{\chi}_1^0$ mit den Quarks im s- und t-Kanal, als auch eines $\tilde{\chi}_1^0$ mit den Gluonen eines Nukleons und vergleiche die Ergebnisse für die dazugehörigen totalen Wirkungsquerschnitte mit dem entsprechenden Neutrinowirkungsquerschnitt. Die neuen Aspekte sind hierbei die Berücksichtigung des Bottom Quarks im s-Kanal und die komplette Untersuchung der Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ -Quark Prozesse im t-Kanal. Im zweiten Teil meiner Arbeit werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte eines Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ mit den Quarks eines Nukleons für den s- und t-Kanal betrachtet und als Anwendung dieser werden, gerade unter dem Gesichtspunkt einer Detektierung von Neutralinos nach dem Durchlauf von Erdmaterie, die Transportgleichungen für Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ in Materie aufgestellt und gelöst. Neu hierbei ist die Betrachtung des Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ im Rahmen der Transportgleichungen als wechselwirkendes Teilchen in Materie.

⁴In dem von mir betrachteten Parameterraum des MSSM mit R-Paritäts Erhaltung und der Gleichsetzung des LSP mit dem $\tilde{\chi}_1^0$

1.2 „Top-Down“ Szenarien und Supersymmetrie

X-Teilchen mit einer Masse größer als 10^{12} GeV werden in einer Vielzahl von Modellen wie Grand-Unified Theorien (GUT) oder String Modellen vorhergesagt. Aber auch ohne von einem speziellen Modell auszugehen, wissen wir, dass das Standardmodell nur eine effektive Theorie für niedrige Energien ist. Dementsprechend sollten wir für höhere Energien über den klassischen Bereich des SM mindestens eine fundamentale Energieskala finden können und es gibt Argumente dieser im oben genannten Massenbereich X-Teilchen zuzuordnen. Den Ursprung der letztgenannten können wir grob in zwei verschiedene Klassen einteilen:

1. X-Teilchen aus GU Theorien wie Eich- und Higgs-Bosonen, deren Masse sich in der Größenordnung der GUT Energieskala von 10^{16} GeV bewegt. Diese sind in topologischen Defekten wie Strings oder Monopolen gefangen und werden dann freigesetzt, wenn die letzteren aufgehoben werden oder kollabieren [23, 24, 25, 26]. Entstanden sind diese Defekte während eines Phasen-Übergangs im frühen Universum durch das spontane brechen von Symmetrien.
2. Metastabile X-Teilchen [27, 28, 29, 30, 31, 32, 33], die frei im Universum verteilt sind und am Ende der Inflation [34, 35, 36, 37] entstanden sind. Ihre Lebenszeit⁵ sollte vergleichbar mit dem Alter des gegenwärtigen Universums sein, damit ihre Zerfallsprodukte als Ursache der höchstenergetischen kosmischen Strahlung in Betracht kommen.

Die Zerfallsdynamik der X-Teilchen wird nun durch das entsprechend verwendete Modell der Teilchen Wechselwirkung bestimmt. Im Falle, dass wir alleine das SM betrachten würden, ständen am Ende der Zerfallskette Photonen, Neutrinos, Elektronen und Protonen als stabile Teilchen. Nun können wir aber das SM zu dem in der Motivation erwähnten minimalen supersymmetrischen SM (MSSM) erweitern. Unter dem Begriff der Supersymmetrie (SUSY) verstehen wir, dass eine neue Symmetrie eingeführt wird, die Bosonen und Fermionen durch die Einführung eines sogenannten „Superpartners“ für jedes fundamentale Teilchen des SM, dessen Spin sich um $\frac{1}{2}$ im Vergleich zu seinem Partnerteilchen unterscheidet, miteinander verbindet. Einer der wichtigsten Motivationen für SUSY liegt darin, dass es die Higgs Bosonen Masse unter Strahlungskorrekturen stabilisiert (Hierarchieproblem). Darüber hinaus liefert SUSY mögliche Kandidaten für dunkle Materie und ermöglicht im Rahmen von GUT die Vereinheitlichung der drei Kopplungskonstanten an der GUT Skala von 10^{16} GeV.

Die einfachste Verwirklichung von Supersymmetrie liegt im MSSM vor. In diesem ist das Teilchenspektrum des SM verdoppelt, es liegen zwei Higgs Dubletts vor⁶ und es wird angenommen, dass alle Teilchen eine erhaltene multiplikative Quantenzahl, R-Parität genannt, besitzen. Diese ist +1 für Teilchen des SM und -1 für ihre Superpartner. Dies impliziert jedoch, dass SUSY Teilchen paarweise erzeugt werden und dass ein leichtestes supersymmetrisches Teilchen (LSP) existieren muß, welches absolut stabil ist. Somit muß unter dem Gesichtspunkt des MSSM an der Zerfallskette eines X-Teilchens das ganze Spektrum der SUSY-Teilchen beteiligt sein und

⁵Ist ihre Lebenszeit um einen Faktor $10^{10} \cdot (10^{16} \text{ GeV})/M_X$ größer als die Lebenszeit des Universums, so würde die benötigte X-Teilchen Dichte um den höchstenergetische Teilchenfluß erklären zu können, diese auch zu einem vielversprechenden Kandidaten für kalte dunkle Materie machen[38].

⁶Das zweite Higgs Dublett wird beispielsweise dazu benötigt unter Berücksichtigung von SUSY den Down Quarks ihre Masse zu geben.

am Ende der Kette muß für den SUSY Sektor noch das LSP zu den oben erwähnten Teilchen einer reinen SM Zerfallskette hinzukommen [26, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22].

1.3 Neutralinos

Im MSSM werden den vier Eichbosonen des SM W^\pm , Z und γ zwei geladene Winos und ein jeweiliges neutrales Zino und Photino als fermionische Superpartner, Gauginos genannt, zugeordnet. Die neutralen und geladenen Partnerfelder der beiden Higgsdubletts werden Higgsinos genannt.

Wäre SUSY eine exakte Theorie hätten die Teilchen des SM und ihre Superpartner die selbe Masse. Da dies offensichtlich nicht gegeben ist, es wurde bisher noch kein einziges Partnerteilchen im Massenbereich der SM Teilchen gefunden, muß SUSY folglich eine gebrochene Symmetrie sein. Diese Brechung kann im Rahmen des MSSM selber nicht spontan sein. Wir müssen hierzu explizit „per Hand“ Terme in die Lagrangedichte des MSSM hinzufügen, um diese weich brechen zu können⁷. Diese Terme können nun aber unter den Teilchen des SUSY Sektors, die die selbe Ladung und Farbe haben, Mischungen induzieren. Aber auch ohne jegliche SUSY Brechung sorgt allein schon der elektroschwache Sektor dafür, dass es zu einer Mischung zwischen Gauginos und Higgsinos kommen kann. Denn ist die Symmetrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ einmal gebrochen, können Felder mit unterschiedlichen $SU(2)_L \times U(1)_Y$ aber gleichen $SU(3)_c \times U(1)_Y$ Quantenzahlen mischen. Ein Beispiel hierfür sind die Diracmassen der SM Quarks und Leptonen, denn diese koppeln linkshändige $SU(2)$ Dubletts an rechtshändige Singlets.

Die geladenen Gauginos und Higgsinos mischen jeweilig durch eine 2×2 Matrix \mathcal{V} bzw. \mathcal{U} , die hierdurch entstehenden physikalischen Masseneigenzustände $\tilde{\chi}_k^+$ und $\tilde{\chi}_k^-$ werden Charginos genannt:

$$\tilde{\chi}_k^+ = \mathcal{V}_{km} \Psi_m^+ \quad (3)$$

$$\tilde{\chi}_k^- = \mathcal{U}_{km} \Psi_m^- , \quad (4)$$

in der Basis

$$(\Psi^+)^T := \left(\lambda^+, \tilde{h}_2^1 \right) \quad (5)$$

$$(\Psi^-)^T := \left(\lambda^-, \tilde{h}_1^2 \right) . \quad (6)$$

Die Charginomischungsmatrizen \mathcal{V} und \mathcal{U} sind hierbei darüber definiert, dass die sie Charginomassenmatrix \mathbf{X}

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W \sin(\beta) \\ \sqrt{2}M_W \cos(\beta) & \mu \end{pmatrix} \quad (7)$$

diagonalisieren:

$$\mathcal{U}^* \mathbf{X} \mathcal{V}^{-1} = M_c^D . \quad (8)$$

⁷Für eine ausführlichere Herleitung und Diskussion des bisher gesagten und der weiteren in diesem Unterkapitel vorkommenden Themen bis zur Definition eines Higgsino- und Gaugino-artigen Neutralinos verweise ich auf [39].

Der Index k der Charginos läuft von 1 bis 2 wobei die Nomenklatur so gewählt worden ist, dass dem leichteren Chargino $\tilde{\chi}_1^\pm$ $k = 1$ zugeordnet wird.

Analog dazu mischen die neutralen Gauginos und Higgsinos und bilden die vier physikalischen Masseigenzustände $\tilde{\chi}_n^\circ$, diese werden Neutralinos genannt. Der Index n läuft also von 1 bis 4 und analog zu den Charginos sind die Massen der Neutralinos umso höher je größer n ist.⁸ Neutralinos sind Majoranateilchen und werden als die Eigenwerte der Massenmatrix \mathcal{M}^n

$$\mathcal{M}^n = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z \cos(\beta) \sin(\theta_W) & +M_Z \sin(\beta) \sin(\theta_W) \\ 0 & M_2 & +M_Z \cos(\beta) \cos(\theta_W) & -M_Z \sin(\beta) \cos(\theta_W) \\ -M_Z \cos(\beta) \sin(\theta_W) & +M_Z \cos(\beta) \cos(\theta_W) & 0 & -\mu \\ +M_Z \sin(\beta) \sin(\theta_W) & -M_Z \sin(\beta) \cos(\theta_W) & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

bestimmt. Hierbei gilt

$$\tilde{\chi}_n^\circ = Z_{nl} \Psi_l^0 \quad (10)$$

bzw. wieder die Forderung der Diagonalisierung der Massenmatrix durch

$$Z^* \mathcal{M}^n Z^{-1} = \mathcal{M}_n^D \quad (11)$$

in der Binobasis

$$(\Psi^\circ)^T := \left(\lambda_0, \lambda_3, \tilde{h}_1^1, \tilde{h}_2^2 \right). \quad (12)$$

Die Größen in den Chargino- und Neutralinomassenmatrizen (7), (9) sind hierbei die Massen des W^\pm und Z Bosons M_W , M_Z , der Weinbergwinkel θ_W , das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte v_i der Higgsfelder $\tan(\beta) = \frac{v_2}{v_1}$, M_1 , M_2 sind die Bino- (λ_0) und Winomasse (λ_3) und μ stellt schließlich den Higgsmischungsparameter aus dem Superpotential dar.

Die Massen und Mischungswinkel der Charginos und Neutralinos sind somit komplett durch die vier Parameter $\tan(\beta)$, M_1 , M_2 und μ bestimmt. Die letztgenannten drei Massenparameter sind im allgemeinen hierbei komplett willkürlich. Wir können jedoch diesen Parameterraum weiter einschränken, indem wir die Gleichheit der Gauginomassen an der GUT Skala von $M_G \simeq 10^{16}$ GeV annehmen. Dies ist dadurch motiviert, dass die drei Eichkopplungen g_i des MSSM sich anscheinend an dieser Skala treffen, wenn wir ihre experimentiellen Werte an der Skala M_Z nehmen und sie mit Hilfe der Renormalisierungs-Gruppengleichungen zu höheren Energien fortsetzen. $M_1 = M_2$ an der Skala M_G impliziert nun

$$M_1(M_Z) = \frac{5}{3} \tan^2(\theta_W) M_2(M_Z) \simeq \frac{1}{2} M_2(M_Z), \quad (13)$$

der Faktor $\frac{5}{3}$ erscheint durch den Unterschied in der Normalisierung der Generatoren einer einfachen vereinheitlichten Eichgruppe, also die der GUT, und der des elektroschwachen Hyperladungsgenerators im SM.

Mit Hilfe von (9) und Gl.(13) können wir nun noch zwei spezielle Mischungen der Neutralinos und dabei im besonderen des leichtesten Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ betrachten:

⁸Wenn ich im weiteren Verlauf meiner Arbeit von „einem Neutralino“ ohne eine zusätzliche Angabe spreche, so verstehe ich hierunter immer das leichteste Neutralino $\tilde{\chi}_1^\circ$, das im von mir betrachteten Parameterbereich des MSSM die Rolle des LSP einnimmt. Der Grund für diese Vereinfachung liegt in einem eleganteren Satzbau unter sprachlichen Aspekten.

1. $|\mu| \ll |M_{1,2}|$: Die beiden leichtesten Neutralinos und das leichteste Chargino haben eine *Higgsino-artige* Mischung, dh. in der Linearkombination ihrer physikalischen Masseneigenzustände tragen fast nur die Higgsinofelder bei und ihre Massen sind nahe bei $|\mu|$. Im Gegensatz dazu ist das schwerere Chargino quasi das geladene Winofeld und die schweren Neutralinos sind ebenfalls durch die neutralen Gauginofelder dominiert.
2. $|\mu| \gg |M_{1,2}| \gg |M_Z|$: Die beiden leichtesten Neutralinos sind in ihrer Mischung *Gaugino-artig*, unter Berücksichtigung von Gl.(13) sind sie quasi das reine Bino- bzw. Winofeld und die beiden schwereren Neutralinos werden in ihrer Mischung durch Higgsinofelder dominiert. Darüberhinaus ist das leichte Chargino quasi das geladene Wino, das schwere Chargino hauptsächlich das geladene Higgsino.

Für ihre Massen gilt dabei: $M_{\tilde{\chi}_k^\pm} \simeq M_{\tilde{\chi}_2^0} \simeq 2M_{\tilde{\chi}_1^0}$ und $|\mu| \simeq M_{\tilde{\chi}_3^0} \simeq M_{\tilde{\chi}_4^0} \simeq M_{\tilde{\chi}_2^\pm} \gg M_{\tilde{\chi}_1^\pm}$

Wenn nun höchstenergetische Neutralinos über die resonante Erzeugung von Squarks, den SUSY Partnern der Quarks, im s-Kanal oder über W^\pm , Z Austausch im t-Kanal mit den Quarks der Nukleonen wechselwirken, ergeben diese Prozesse entweder sofort wieder ein $\tilde{\chi}_1^0$ oder ein schweres Neutralino bzw. Chargino. Die letzteren zerfallen dann sofort wieder zu $\tilde{\chi}_1^0$'s. Jede dieser Wechselwirkungen führt zu einem der in der Motivation erwähnten Schauer in der Atmosphäre, die mit einem Luftschauer Experiment beobachtet werden können.

Dadurch dass die Neutralinos schwach koppeln, können wir die durch sie hervorgerufenen Luftschauer gut von den Luftschauern trennen, die durch hadronische Primärteilchen erzeugt worden sind. Denn die erstgenannten haben dadurch eine Wechselwirkungslänge, die länger als die Tiefe der Atmosphäre selbst für horizontale Einfallswinkel ist. Somit liegt über der ganzen durchlaufenden Atmosphäre praktisch eine einheitliche Reaktionswahrscheinlichkeit vor. Messen wir nun nur für horizontale Winkel, filtern wir einerseits die elektromagnetischen Komponenten von den hadronischen Luftschauern aus, die sich hoch in der Atmosphäre entwickeln und maximieren andererseits die Meßwahrscheinlichkeit für einen Luftschauer der ein Neutralino als Ausgangsteilchen hat. Jedoch können wir, wie schon erwähnt, mit dieser Vorgehensweise nicht unterscheiden, ob ein Luftschauer von einem Neutralino oder einem ebenfalls schwach wechselwirkenden Neutrino erzeugt worden ist. Deswegen gehen wir jetzt etwas näher auf die zwei spezielle Mischungen des Neutralinos ein:

Ein Higgsino-artiges Neutralino hat Kopplungen zu den W^\pm und Z -Bosonen die gleich oder stärker als die eines Neutrinos sind. Ein Bino-artiges Neutralino hat im Gegensatz hierzu jedoch eine schwächere Kopplung, da sein $U(1)_Y$ Eichboson Partner nicht zu anderen Eichbosonen koppelt. Und genau diese letzte Feststellung ist nun wichtig: Wird für das MSSM kein spezieller Brechungsmechanismus angenommen, so haben wir 105 zusätzliche neue freie Parameter die noch zu den 19 des SM hinzukommen. Die drei im Moment gängigsten SUSY Brechungsmechanismen wurden in den mSUGRA, GMSB und AMSB Modellen umgesetzt. Im ersteren, mSUGRA⁹, welches ich auch für die Berechnung (fast) aller SUSY Spektren/Datensätze meiner Arbeit benutzt habe, erfolgt die Brechung von SUSY in einem „versteckten“ Sektor und wird durch eine Gravitationswechselwirkung in den „sichtbaren“ Sektor, in meiner Arbeit das MSSM übermittelt. Aber fast im gesamten Parameterraum von mSUGRA liegt ein Gaugino-artiges Neutralino vor [41, 42, 43], dass gleichzeitig im von mir untersuchten Parameterraum auch das LSP stellt. Dessen Wirkungsquerschnitt mit den Quarks im t-Kanal ist folglich 1 bis

⁹Für eine Rezension siehe [40].

2 Größenordnungen kleiner, als der eines Neutrinos mit den Quarks im t-Kanal und wir sind hierdurch in der Lage die Erdmaterie als Filter zu nutzen.

Teil I

Totale Wirkungsquerschnitte

2 Berechnung der totalen Wirkungsquerschnitte

In den folgenden vier Abschnitten werden die totalen Wirkungsquerschnitte σ eines Neutralinos mit den Quarks und Gluonen eines Nukleons berechnet. Details der Rechnungen sind, mit einem jeweiligen Verweis¹⁰, im Anhang zu finden.

2.1 $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal

Den ersten Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt liefert der s-Kanal:

2.1.1 Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt

Auf dem elementarsten Level kann für unseren Fall der s-Kanal als die Wechselwirkung eines Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ mit einem Quark q_i betrachtet werden und mit Hilfe des folgenden Feynman-Diagramms dargestellt werden:

$$\begin{array}{ccc}
 \tilde{\chi}_1^\circ & & \\
 & \tilde{q}_i & \\
 & & \} X \\
 q_i & &
 \end{array}$$

Hierbei wird ein virtuelles Squark \tilde{q}_i produziert, das dann wieder zerfällt. Das Symbol X steht hierbei für alle erlaubten Zerfallsmöglichkeiten.

Als Ansatz für den Parton Wirkungsquerschnitt wähle ich nach [44], da eine resonante Squarkproduktion vorliegt, die Breit-Wigner Formel:

$$\sigma(s)_P = \pi \frac{1}{|\vec{P}_1|^2} \frac{s}{(s - m_{\tilde{q}_i}^2)^2 + m_{\tilde{q}_i}^2 \Gamma_{\tilde{q}_i}^2(\tilde{q}_i \rightarrow X)} \Gamma(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ) \Gamma_{\tilde{q}_i}(\tilde{q}_i \rightarrow X). \quad (14)$$

Hierbei ist \sqrt{s} die Energie im Schwerpunktsystem, $m_{\tilde{q}_i}$ die Squarkmasse, \vec{P}_1 der 3-Impuls der einlaufenden Teilchen im Schwerpunktsystem, $\Gamma_{\tilde{q}_i}(\tilde{q}_i \rightarrow X)$ die totale Zerfallsbreite des virtuellen Squarks und $\Gamma(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ)$ die Zerfallsbreite in das Paar $q_i, \tilde{\chi}_1^\circ$.

Benutzt man nun die Narrow Width Näherung, rechnet die letzterwähnte Zerfallsbreite aus

¹⁰Der Form A.1, B.1 usw.

und faltet das so erhaltene Resultat mit den Parton-Verteilungsfunktionen, siehe A.1, ergibt sich folgender, vergleiche auch mit [45], Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma = \frac{\pi}{4} \sum_q \left(|a_{qL}|^2 + |a_{qR}|^2 \right) \frac{1}{m_q^2} xq(x, Q^2), \quad (15)$$

die hierbei auftretenden Konstanten stehen für:

$$a_{u_iL} = \left[(N_{12} \cos(\theta_W) - N_{11} \sin(\theta_W)) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2(\theta_W) \right) \frac{g_2}{\cos(\theta_W)} + \frac{2}{3} g_2 \sin(\theta_W) (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (16)$$

$$a_{u_iR} = \left[\frac{2}{3} \frac{g_2}{\cos(\theta_W)} \sin^2(\theta_W) (N_{12} \cos(\theta_W) - N_{11} \sin(\theta_W)) + \frac{2}{3} g_2 \sin(\theta_W) (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (17)$$

$$a_{d_iL} = \left[(N_{12} \cos(\theta_W) - N_{11} \sin(\theta_W)) \left(\frac{1}{3} \sin^2(\theta_W) - \frac{1}{2} \right) \frac{g_2}{\cos(\theta_W)} - \frac{1}{3} g_2 \sin(\theta_W) (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (18)$$

$$a_{d_iR} = \left[\frac{1}{3} \frac{g_2}{\cos(\theta_W)} \sin^2(\theta_W) (N_{12} \cos(\theta_W) - N_{11} \sin(\theta_W)) - \frac{1}{3} g_2 \sin(\theta_W) (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (19)$$

$$a_{bL} = \left[\frac{g_2 m_b}{2m_W \cos(\beta)} N_{13} - g_2 \sin(\theta_W) \frac{1}{3} (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \quad (20)$$

$$- \frac{g_2}{\cos(\theta_W)} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2(\theta_W) \right) (-N_{11} \sin(\theta_W) + N_{12} \cos(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (21)$$

$$a_{bR} = \left[\frac{g_2 m_b}{2m_W \cos(\beta)} N_{13} + g_2 \sin(\theta_W) \frac{1}{3} (N_{11} \cos(\theta_W) + N_{12} \sin(\theta_W)) \right] \quad (22)$$

$$- \frac{g_2 \sin^2(\theta_W)}{3 \cos(\theta_W)} (-N_{11} \sin(\theta_W) + N_{12} \cos(\theta_W)) \right] \sqrt{2} \quad (23)$$

$$x = \frac{m_q^2}{2M_N E_\chi}. \quad (24)$$

Die Summe \sum_q läuft über alle Quark Flavors q_i, \bar{q}_i , mit Ausnahme des Top Quarks, und über ihre entsprechenden Parton-Verteilungsfunktionen $q(x, Q^2)$. N_{ij} sind die Einträge der Neutrinomischungmatrix, g_2 ist die schwache Kopplungskonstante, θ_W der Weinbergwinkel, M_N die Masse des Nukleons ($\frac{M_{Proton} + M_{Neutron}}{2}$), m_W die Masse des W^\pm Bosons, $\tan(\beta)$ ist der Quotient aus den Higgs Vakuumerwartungswerten, m_b die Masse des Bottom Quarks, Q^2 die Impuls-Skala und E_χ ist schlußendlich die Energie des einlaufenden Neutralinos.

$a_{u_iL/R}$ sind die Vertexfaktoren für links-/rechtshändige Up und Charm Quarks, $a_{d_iL/R}$ sind die Vertexfaktoren für links-/rechtshändige Down und Strange Quarks. Für diese vier Quarkflavors

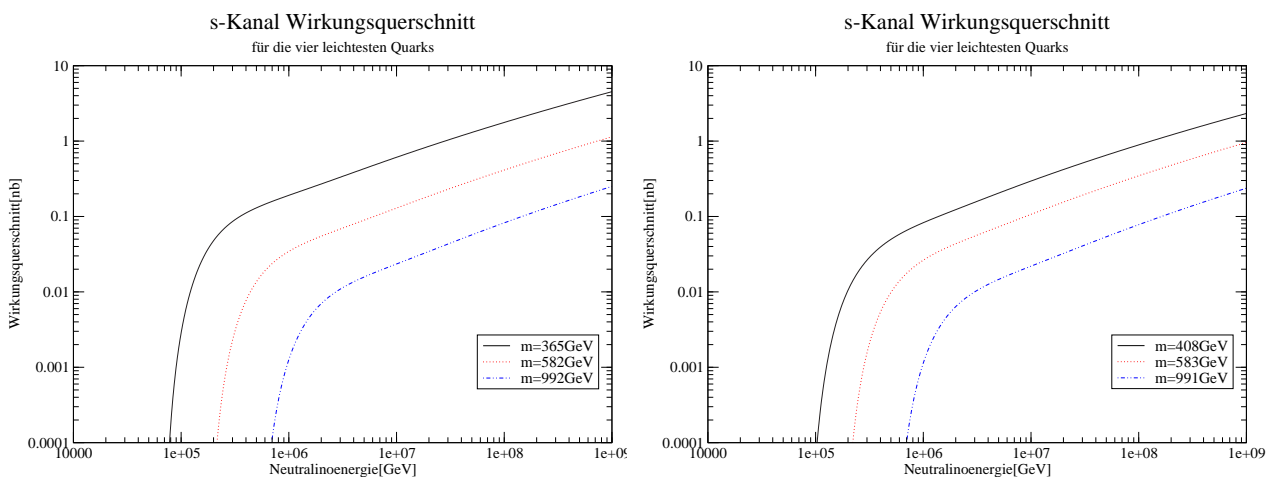
ist die Masse vernachlässigt worden. Da dies für das Bottom Quark nicht mehr getan wurde, ergeben sich nach [46] die leicht modifizierten links- und rechtshändigen Vertexfaktoren a_{b_L} und a_{b_R} .

In den nächsten beiden Unterkapiteln wird für verschiedene mSUGRA Szenarien der Wirkungsquerschnitt im s-Kanal geplottet, zunächst nur unter Berücksichtigung der vier leichtesten Quarks, um die Ergebnisse mit [45] vergleichen zu können. In einem zweiten Schritt wird zusätzlich noch das Bottom Quark mit berücksichtigt.

Im s-Kanal liegt auch noch die Möglichkeit der resonanten Selektion Streuung von Neutralinos mit den Elektronen eines Atoms $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + e \rightarrow \tilde{e} \rightarrow X)$ vor. Diese trägt jedoch nur in einem sehr engen Bereich des Neutralino flußspektrums bei, da wir für Elektronen keine Faltung mit Parton-Verteilungsfunktionen haben. Dementsprechend sind die Beiträge zu der Ereignisrate vernachlässigbar klein.

2.1.2 Berücksichtigung von vier Quarks

In den Abbildungen 1(a) und 1(b) sind für die Datensätze D1 bis D6, vergleiche mit Tabelle 7, unter Berücksichtigung der vier leichtesten Quarks die totalen Wirkungsquerschnitte für den s-Kanal aufgetragen. Hierbei wurden die Parton-Verteilungsfunktionen CTEQ6 [47] verwendet.



(a) Verwendete Datensätze D1 bis D3

(b) Verwendete Datensätze D4 bis D6

Abbildung 1: Totale Wirkungsquerschnitte für den s-Kanal, die Massen in den Plots sind bezogen auf das jeweilige linkshändige Up Squark der verwendeten Datensätze.

Der Kurvenverlauf ist leicht zu verstehen, wenn man Gl.(15) näher betrachtet:

Hier steht nichts anderes $xq(x, Q^2)$ mal einem von der Energie des $\tilde{\chi}_1^0$ unabhängigen Zahlenfaktor $(|a_{q_L}|^2 + |a_{q_R}|^2) (m_{\tilde{q}}^2)^{-1}$ summiert über die verschiedenen Quarkflavors eines Nukleons. D.h. für den qualitativen Verlauf sind nur die Parton-Verteilungsfunktionen entscheidend. Dies wird deutlich in Abbildung 2(b), insbesondere wenn wir den totalen Wirkungsquerschnitt ebenfalls

in die Beiträge der einzelnen Quarkflavors aufteilen und gleichsam grafisch in Abbildung 3 darstellen.

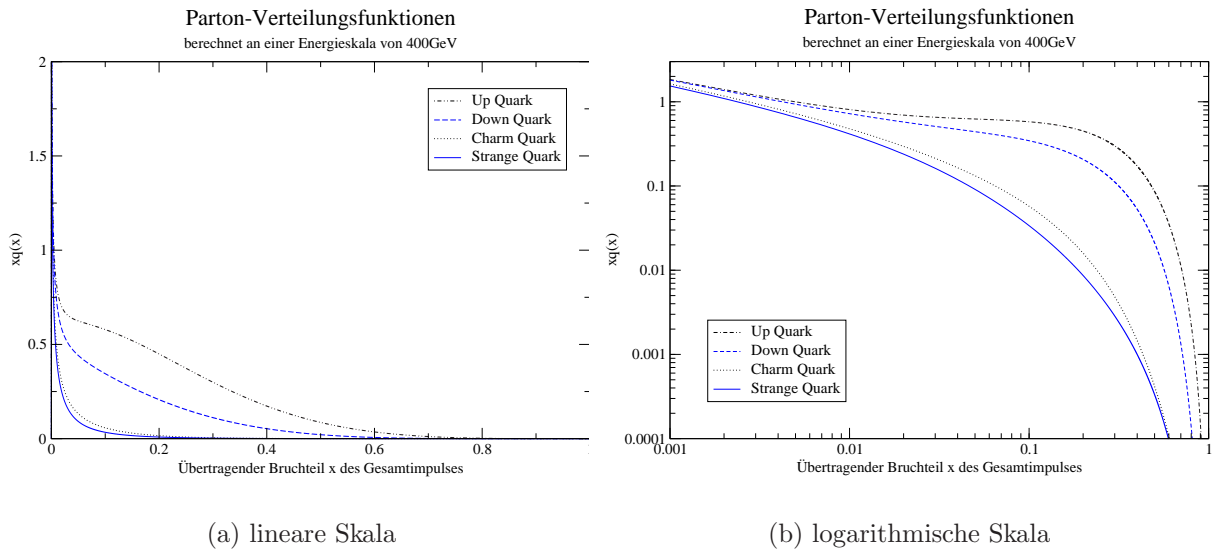


Abbildung 2: Plot der Parton-Verteilungsfunktionen, zum besseren Vergleich mit den s-Kanal Beiträgen auch in einer logarithmischen Skala. Ausgewertet an einer Skala von 400 GeV, um sie mit dem Datensatz *D1* qualitativ vergleichen zu können.

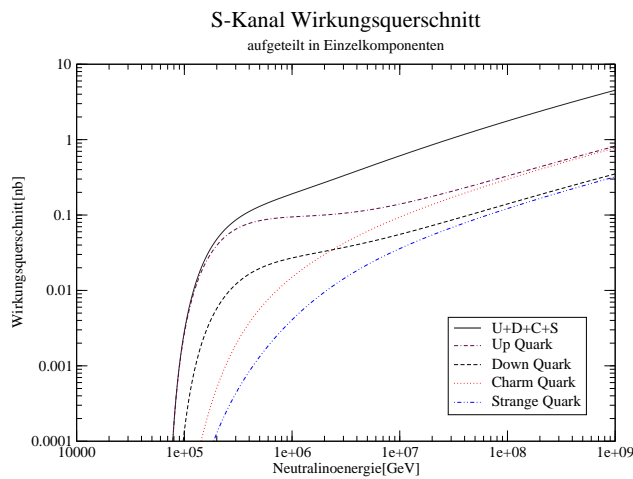


Abbildung 3: Aufteilung des totalen Wirkungsquerschnittes von *D1* im s-Kanal in seine Einzelbeiträge.

Hierbei ist zu beachten, dass die Neutralinoenergie im Nenner der Definition (24) des auf das Quark übertragenden Impulsbruchteils x des Protons steht. So haben wir für wachsende Ener-

gen ein kleiner werdendes x . Der Anstieg im s-Kanal des Wirkungsquerschnittes für wachsende Energien spiegelt also nur die sprunghaft ansteigende Parton-Verteilungsfunktionen für kleine Impulse wider. Eine ähnliche Argumentation erklärt auch, warum die Datensätze mit den kleineren Squarkmassen bei gleicher Neutralinoenergie größere Wirkungsquerschnitte haben: Die Squarkmasse geht quadratisch in den Zähler von x ein, d.h. für schwere Squarks haben wir eine Verschiebung hin zu größeren x , hier sind die Beiträge der Partonfunktionen aber deutlich kleiner. Darüberhinaus steht das Quadrat der Squarkmasse in Gl.(15) im Nenner.

Die unteren Grenzen der totalen Wirkungsquerschnittskurven in den Abbildungen 1(a) und 1(b) ergeben sich daraus, dass x zwischen eins und null liegen muß. Ab einer bestimmten Grenzenergie wird Gl.(24) aber größer als eins. Dies hat beispielsweise für die Energie des $\tilde{\chi}_1^0$ von $D1$ eine untere Grenze von 70000 GeV zur Folge.

Die Kurvenverläufe in 1(a) und 1(b) stimmen quantitativ mit den Ergebnissen aus [44] überein, jedoch sind die Beiträge in meiner Arbeit kleiner, da in [44] ein falscher Vorfaktor in der Breit-Wigner Formel verwendet wurde.

2.1.3 Berücksichtigung von fünf Quarks

Die Hinzunahme des Bottom Quarks in die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes erhöht diesen ab Energien von einigen 10^6 GeV. Bei einer Neutralinoenergie von 10^9 GeV haben wir beispielsweise ein um 14% – 20% höheres Ergebnis für die Datensätze $D1$ bis $D3$, vergleiche hierfür auch mit Abbildung 4.

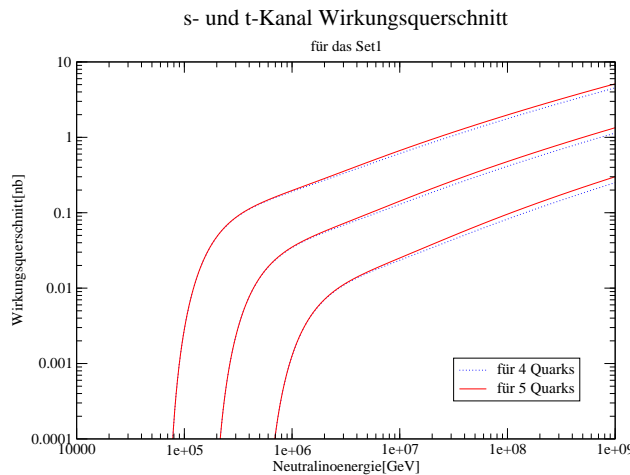


Abbildung 4: Totale Wirkungsquerschnitte des s-Kanals für die Datensätze $D1$ bis $D3$.

2.2 $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im t-Kanal

Der t-Kanal stellt den zweiten Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt dar:

2.2.1 Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt

Auf dem elementarsten Level betrachten wir den t-Kanal wieder als die Wechselwirkung eines Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ mit einem Quark q_i , nur dass wir diesmal einen Streuprozess mit Austausch eines W^\pm oder Z Bosons mit den folgenden Feynman-Diagrammen haben:

$$\begin{array}{cccc}
 \tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{\chi}_k^+, k_1 & \tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{\chi}_l^\circ, k_1 \\
 & W^+, q & \text{und} & Z, q \\
 u_i, p_2 & d_j, k_2 & q_i, p_2 & q_i, k_2
 \end{array}$$

Wenn wir alle möglichen Streuprozesse im MSSM berücksichtigen, die die oben erwähnten Eingangsteilchen haben können, kommen wir auf 72 mögliche Feynman-Diagramme. Diese teilen sich zu 24 für den Austausch eines W^\pm und zu 48 für den Austausch eines Z Bosons im t-Kanal auf. Da aber keine Parton-Verteilungsfunktionen für das Top Quark vorliegen verringern sich diese auf 20 und 40 Möglichkeiten. Tabelle 1 führt alle 60 Möglichkeiten im Einzelnen auf.

W^\pm Boson Austausch: Mit den Feynman-Regeln des Standardmodells und MSSM aus [48] und [39] ergibt sich für die Amplitude des abgebildeten W^+ Boson Austausches :

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M} \left(\tilde{\chi}_1^\circ(p_1) u_i(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_k^+(k_1) d_j(k_2) \right) &= \bar{u}(k_1) i g_2 \gamma^\mu \left(C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R \right) u(p_1) (-i) \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu M_W^{-2}}{t - M_W^2} \\
 &\cdot \bar{u}(k_2) (-i) \frac{g_2}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2) .
 \end{aligned} \tag{25}$$

Wird in einem zweiten Schritt das quadrierte Matrixelement ausgerechnet, für Details dieser und der folgenden Rechnungen siehe A.2, ergibt sich nun für vernachlässigte Quarkmassen das Folgende:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_2^4 |V_{ij}^{qL}|^2}{(t - M_W^2)^2} \left[2|C_{1k}^L|^2 p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 + 2|C_{1k}^R|^2 p_1 \cdot k_2 p_2 \cdot k_1 \right. \\
 &\quad \left. - \left(C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*} \right) p_2 \cdot k_2 m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_l^\circ} \right] .
 \end{aligned} \tag{26}$$

Die hierbei *neu* auftretenden Konstanten sind:

$$C_{1k}^L = N_{12} \mathcal{V}_{k1}^* - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{14} \mathcal{V}_{k2}^* \tag{27}$$

$$C_{1k}^R = N_{12}^* \mathcal{U}_{k1} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{13}^* \mathcal{U}_{k2} , \tag{28}$$

der Index k läuft von 1 bis 2, \mathcal{U} und \mathcal{V} sind die beiden Chargino Mischungsmatrizen, $m_{\tilde{\chi}_k^+}$ die Masse des jeweiligen auslaufenden Charginos, $p_i \cdot p_j$, $k_i \cdot k_j$, $p_i \cdot k_j$ Skalarprodukte von 4-er

Feynmandiagramme für den t-Kanal			
W^\pm Austausch		Z Austausch	
Prozess	j	Prozess	l
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^+$ $u \rightarrow d$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $u \rightarrow u$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^+$ $c \rightarrow s$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $c \rightarrow c$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^-$ $\bar{u} \rightarrow \bar{d}$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $\bar{u} \rightarrow \bar{u}$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^-$ $\bar{c} \rightarrow \bar{s}$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $\bar{c} \rightarrow \bar{c}$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^+$ $\bar{d} \rightarrow \bar{u}$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $\bar{d} \rightarrow \bar{d}$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^+$ $\bar{s} \rightarrow \bar{c}$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $\bar{s} \rightarrow \bar{s}$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^+$ $\bar{b} \rightarrow \bar{t}$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $\bar{b} \rightarrow \bar{b}$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^-$ $d \rightarrow u$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $d \rightarrow d$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^-$ $s \rightarrow c$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $s \rightarrow s$	4
$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_k^-$ $b \rightarrow t$	2	$\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tilde{\chi}_l^0$ $b \rightarrow b$	4
Σ	20	Σ	40

Tabelle 1: Der Charginoindex k geht von 1 bis 2, der Neutralinoindex l von 1 bis 4. j und l stehen für die Anzahl der möglichen auslaufenden SUSY Teilchen

Impulsen, V_{ij}^{qL} das CKM Matrixelement und $t = q^2 = (k_1 - p_1)^2$ das Betragsquadrat des Impulsübertrages. Mit Gl.(28) sind, unter Berücksichtigung der verschiedenen Werte für Massen, Neutralino und Chargino Mischungsmatrizen, die ersten vier Fälle von Tabelle 1 abgedeckt. Für die sechs letzten Fälle der Tabelle 1 ergibt eine identische Rechnung:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_2^4 |V_{ij}^{qL}|^2}{(t - M_W^2)^2} [2|C_{1k}^L|^2 p_1 \cdot k_2 p_2 \cdot k_1 + 2|C_{1k}^R|^2 p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 \\
&\quad - (C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*}) p_2 \cdot k_2 m_{\tilde{\chi}_k^-} m_{\tilde{\chi}_l^0}].
\end{aligned} \tag{29}$$

Der mit den Partonfunktionen gefaltete Wirkungsquerschnitt berechnet sich im Schwerpunktsystem zu:

$$\sigma(s) = \sum_q \int_{-1}^{+1} d\cos(\theta) \int_{x_{min}}^1 dx \frac{1}{32\pi} q(x, Q^2) \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{P}_2(\hat{s})|}{\hat{s} P_1(\hat{s})}. \tag{30}$$

P_1 und \vec{P}_2 sind die Beiträge der von der Schwerpunktsenergie s abhängigen 3-er Impulse der ein- und auslaufenden Teilchen. Die untere Grenze x_{min} , vergleiche mit E, ergibt sich aus den Forderungen, dass der Impulsübertrag x des Nukleons auf das Quark nicht geringer sein darf als die eventuelle Massendifferenz des aus- zum einlaufenden SUSY Teilchens und dass $|t|$ nicht kleiner als 1 GeV^2 ist, damit wir noch tief inelastische Streuung annehmen können:

$$x_{min} = \frac{\frac{1}{2} \left(1\text{GeV}^2 + m_{\tilde{\chi}_k^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1\text{GeV}^2 + m_{\tilde{\chi}_k^\pm}^2 + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \right)^2 - m_{\tilde{\chi}_k^\pm}^2 m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}}{2E_1 \cdot m_N} . \quad (31)$$

Die benötigten Linearkombinationen von 4-er Impulsen ergeben sich, zur verwendeten Nomenklatur siehe D.1, im Schwerpunktsystem zu:

$$t = -Q^2 = q^2 = (k_2 - p_2)^2 = -2P_1 |\vec{P}_2| (1 - \cos(\theta)) \quad (32)$$

$$p_1 \cdot p_2 = E_1 P_1 + P_1^2 \quad (33)$$

$$k_1 \cdot k_2 = E_3 |\vec{P}_2| + |\vec{P}_2|^2 \quad (34)$$

$$p_2 \cdot k_1 = E_3 P_1 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (35)$$

$$p_1 \cdot k_2 = E_1 |\vec{P}_2| + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (36)$$

$$p_2 \cdot k_2 = P_1 |\vec{P}_2| (1 - \cos(\theta)) . \quad (37)$$

Z Boson Austausch: Analog zur Streuung über ein W^\pm Boson erhält man im Falle des Z Bosons die Amplitude:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}(\tilde{\chi}_1^0(p_1)q_i(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0(k_1)q_i(k_2)) &= \bar{u}(k_1) \frac{ig_2}{c_W} \gamma^\mu \left(N_{l1}^L P_L + N_{l1}^R P_R \right) u(p_1) (-i) \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu M_Z^{-2}}{t - M_Z^2} \\ &\quad \cdot \bar{u}(k_2) \frac{-ig_2}{c_W} \gamma^\mu \left(g_L^f \gamma^\nu P_L - g_R^f \gamma^\nu P_R \right) u(p_2) \end{aligned} \quad (38)$$

und das hieraus folgende Betragsquadrat des Matrixelementes für vernachlässigte Quarkmassen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{2}{c_W^4} \frac{g_2^4}{(t - M_W^2)^2} \left[\left(|g_L^f|^2 + |g_R^f|^2 \right) \left(|N_{l1}^L|^2 + |N_{l1}^R|^2 \right) (p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 + p_1 \cdot k_2 p_2 \cdot k_1) \right. \\ &\quad \left. - \left(|g_L^f|^2 + |g_R^f|^2 \right) \left(N_{l1}^L N_{ln}^{R*} + N_{l1}^R N_{ln}^{L*} \right) p_2 \cdot k_2 m_{\tilde{\chi}_1^0} m_{\tilde{\chi}_1^0} \right], \end{aligned} \quad (39)$$

mit den Konstanten:

$$c_W = \cos(\theta_W) \quad (40)$$

$$N_{l1}^L = \frac{1}{2} (-N_{l3} N_{l3}^* + N_{l4} N_{l4}^*) \quad (41)$$

$$N_{l1}^R = - \left(N_{l1}^L \right)^* \quad (42)$$

$$g_L^f = T_{3L}^f \left(1 - 4T_{3L}^f Q_f \sin^2(\theta_W) \right) \quad (43)$$

$$g_R^f = 4 \left(T_{3L}^f \right)^2 Q_f \sin^2(\theta_W) . \quad (44)$$

Hierbei läuft der Index l für die auslaufenden Neutralinos von 1 bis 4, Q_f ist die elektromagnetische Ladung der Quarks und T_{3L}^f die dritte Komponente des Isospins. Unter Berücksichtigung der verschiedenen Neutralino Massen und Mischungsmatrixeinträge deckt dies alle zehn Fälle von Tabelle 1 ab. Dies spiegelt die Tatsache wieder, dass ein Neutralino ein Majoranateilchen ist, also sein eigenes Antiteilchen. Da im Falle der Charginos dies nicht gegeben ist erhalten wir für den W^\pm Boson Austausch das zweite quadrierte Matrixelement der Gl.(29). In der Berechnung für Gl.(39) äußert sich die Eigenschaft des Neutralinos als Majoranateilchen dadurch, dass aufgrund von $|N_{l1}^L| = |N_{l1}^R|$ der Term wegfällt, der aus der Kontraktion der beiden Epsilon-Tensoren entstanden ist (siehe Rechnung in A.2). Deswegen können wir auch durch nullsetzen von g_R^f nicht die Gl. (26) reproduzieren.

Der Wirkungsquerschnitt und die benötigten 4-er Impulse ergeben sich identisch zu Gl.(30) und Gl.(32) bis (37).

2.2.2 Plots der totalen Wirkungsquerschnitte

Da sich die Datensätze von **Set1** und **Set2** nur minimal unterscheiden werde ich ab jetzt nur noch die Datensätze des **Set1** der mSUGRA Szenarien aus. Der totale Wirkungsquerschnitt im t-Kanal für alle 60 Beiträge der Tabelle 1 ist in Abbildung 5 zu sehen.

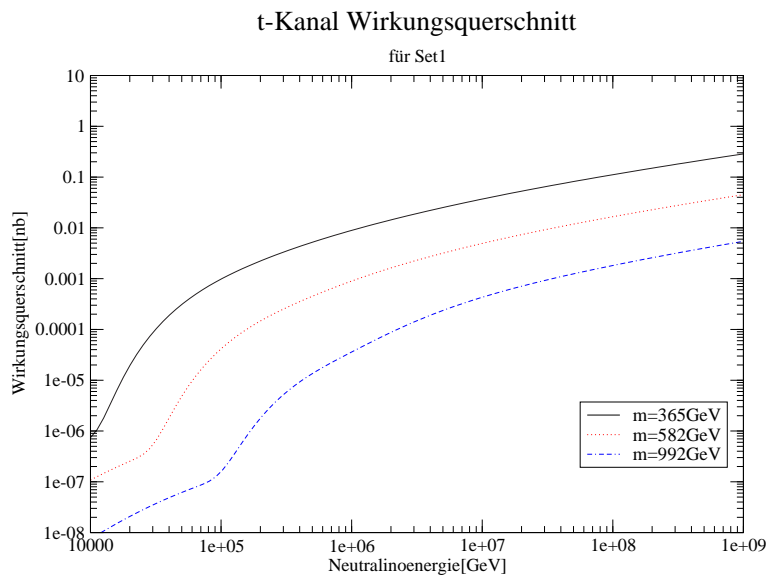


Abbildung 5: Totaler Wirkungsquerschnitt des t-Kanals für die Datensätze *D1 bis D3* des **Set1**.

Für kleinere Werte der Neutralinoenergie fällt der totale Wirkungsquerschnitt ab, da die untere Grenze von x für die Mehrzahl der Fälle in Tabelle 1 größer als eins wird. Dies ist die Folge davon, dass nicht mehr genug Energie zur Verfügung steht, um die Massendifferenz des aus- zum einlaufenden SUSY Teilchens erzeugen zu können bzw. Q^2 kleiner als das geforderte 1 GeV^2 wird. Dementsprechend haben wir für kleinere Energien nur noch die Streuung über ein Z Boson mit einem auslaufenden $\tilde{\chi}_1^0$, da dieses die gleiche Masse wie das einlaufende Neutralino

besitzt. Folglich geht für „kleine“ Energien der totale in den $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ Wirkungsquerschnitt über, wie in Abbildung 6 zu sehen.

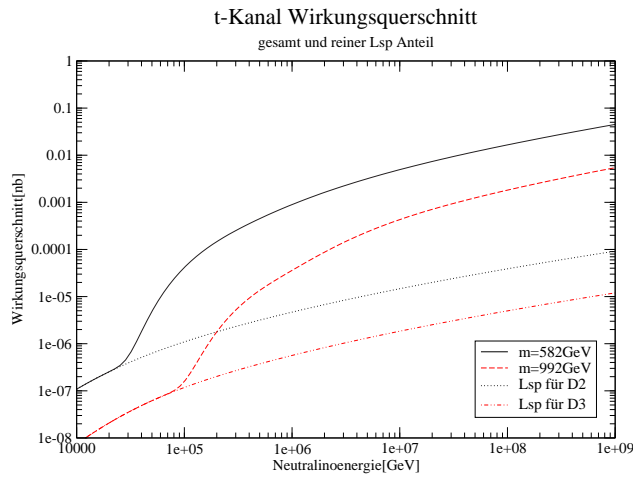


Abbildung 6: Totaler Wirkungsquerschnitt und $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ des t-Kanal für die Datensätze *D2* und *D3*.

2.3 Mischdiagramme s- und t-Kanal

Neben den Diagrammen für den reinen s- und t-Kanal müssen noch die Mischdiagramme zwischen den beiden Kanälen für den Gesamtwirkungsquerschnitt aus s- und t-Kanal berücksichtigt werden. Es werden zwei Fälle beispielhaft berechnet, die Feynman-Regeln sind wieder [48] und [39] entnommen.

2.3.1 Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt

Mischung mit W^- Boson Austausch:

$$\begin{array}{ccc}
 \tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{\chi}_k^+, k_1 \quad \tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{\chi}_k^+, k_1 \\
 & W^- \quad + & \tilde{u}_i \\
 u_j, p_2 & \mathcal{M}_a \quad d_i, k_2 \quad u_i, p_2 & \mathcal{M}_b \quad d_s, k_2
 \end{array}$$

Die Amplituden für die beiden Feynman-Diagramme lauten:

$$i\mathcal{M}_a = \bar{u}(k_1) i g_2 \gamma^\mu \left(C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R \right) u(p_1) (-i) \frac{(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu M^{-2})}{(t - m_W^2)} \bar{u}(k_2) (-i) \frac{g_2}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2) \quad (45)$$

$$i\mathcal{M}_b = \bar{u}(p_1)^T i (-C^{-1}) (a_{u_{iL}} P_L + a_{u_{iR}} P_R) u(p_2) \frac{i}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2)} \bar{u}(k_2) i \left(D_{3sk}^L P_R + E_{isk}^{R*} P_L \right) C \bar{u}(k_1)^T \quad (46)$$

Das Quadrieren des Matrixelementes, die zusätzlich für diese Rechnung benötigten Eigenschaften des Ladungskonjugations Operators C sind in A.3 zu finden, ergibt:

$$\frac{1}{4} \sum_{spins} (\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b) = \frac{g_2^2}{\sqrt{2}} V_{ij}^{qL} \text{Re} \left(\frac{1}{(t - m_W^2)} \frac{1}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2) + i\Gamma m_{\tilde{u}_i}} \right) \cdot [4D_{isk}^{L*} a_{u_{iL}}^* C_{1k}^{L*} p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 + 2D_{isk}^{L*} a_{u_{iL}}^* C_{1k}^{R*} m_{\tilde{\chi}_1^0} m_{\tilde{\chi}_k^+} p_2 \cdot k_2], \quad (47)$$

die *neu* auftretenden Vertexfaktoren sind:

$$D_{3sk}^L = \frac{g_2 \mathcal{V}_{k2}}{\sqrt{2} M_W \sin(\beta)} m_{u_s} - g_2 \mathcal{V}_{k1} \quad (48)$$

$$E_{3sk}^R = + \frac{g_2 \mathcal{U}_{k2} m_{d_s}}{\sqrt{2} M_W \cos(\beta)}, \quad (49)$$

mit den Quarkmassen m_{u_s} und m_{d_s} .

Mischung mit Z Boson Austausch:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{\chi}_{1^0, p1} & \tilde{\chi}_{n^0, k1} \tilde{\chi}_{1^0, p1} & \tilde{\chi}_{n^0, k1} \\ & Z & + \tilde{u}_i \\ u_{i, p2} & \mathcal{M}_a & u_{i, k2} \quad u_{i, p2} \quad \mathcal{M}_b \end{array}$$

Für diesen zweiten möglichen Fall lauten die Amplituden:

$$i\mathcal{M}_a = \bar{u}(k_1) i \frac{g_2^2}{c_W^2} \gamma^\mu \left(N_{l1}^L P_L + N_{l1}^R P_R \right) u(p_1) i \frac{(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu M^{-2})}{(t - m_Z^2)} \bar{u}(k_2) i \left(g_L^f \gamma^\nu P_L - g_R^f \gamma^\nu P_R \right) u(p_2) \quad (50)$$

$$i\mathcal{M}_b = \bar{u}(p_1)^T i (-C^{-1}) (a_{u_{iL}} P_L + a_{u_{iR}} P_R) u(p_2) \frac{i}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2)} \bar{u}(k_2) i \left(a_{u_{iL}}^* P_R + a_{u_{iR}}^* P_L \right) C \bar{u}(k_1)^T \quad (51)$$

Die Berechnung des quadrierten Matrixelement führt auf den folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{spins} (\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b) &= \frac{g_2^2}{c_w^2} \text{Re} \left(\frac{1}{(t - m_Z^2)} \frac{1}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2) + i\Gamma m_{\tilde{u}_i}} \right) \\ &\cdot \left[4 \left(|a_{u_{iL}}|^2 g_L^{f*} N_{ln}^{L*} - |a_{u_{iR}}|^2 g_R^{f*} N_{ln}^{R*} \right) k_1 \cdot k_2 p_1 \cdot p_2 \right. \\ &\quad \left. - 2 \left(g_R^{f*} |a_{u_{iR}}|^2 N_{ln}^{L*} - g_L^{f*} |a_{u_{iL}}|^2 N_{ln}^{R*} \right) m_{\tilde{\chi}_1^0} m_{\tilde{\chi}_n^0} p_2 \cdot k_2 \right]. \quad (52) \end{aligned}$$

2.3.2 Größe der Beiträge

Die numerische Berechnung der Beiträge der Mischdiagramme zum Gesamtwirkungsquerschnitt zeigt, dass diese um mehrere Größenordnungen kleiner sind, als die t-Kanal Beiträge. Dies ist aus folgenden Grund ersichtlich:

Wir haben die beiden Propagatorterme des W^\pm bzw. Z und des Squarks, wobei der eigentliche Propagator des letzteren $(s - m_{\tilde{u}_i}^2)$ als $(s - m_{\tilde{u}_i}^2) + i\Gamma m_{\tilde{u}_i}$ geschrieben werden muß, da das Squark zerfallen kann. Aus diesen trägt nur der Realteil Re bei, da wir beim ausmultiplizieren der Gesamtamplitude die Termkombination $\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b$ erhalten und dies ist einfach $Re(\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b)$.

Wäre die Narrow Width Näherung, anwendbar da die Zerfallsbreiten der Squarks deutlich kleiner als ihre Massen sind, nun exakt erhielten wir nur einen Nullbeitrag:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\frac{1}{(t - m_Z^2)} \frac{1}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2) + i\Gamma m_{\tilde{u}_i}} \right) &= \frac{1}{(t - m_Z^2)} \frac{(s - m_{\tilde{u}_i}^2)}{(s - m_{\tilde{u}_i}^2)^2 + \Gamma^2 m_{\tilde{u}_i}^2} \\ &\stackrel{\Gamma \rightarrow 0}{=} \frac{(s - m_{\tilde{u}_i}^2)}{(t - m_Z^2)} \frac{\pi}{\Gamma m_{\tilde{u}_i}} \delta(s - m_{\tilde{u}_i}^2), \quad (53) \end{aligned}$$

Gl.(53) integriert über das x der Parton-Verteilungsfunktion, x steht im Ausdruck für die Schwerpunktsenergie s , ergibt null und damit fällt auch das Betragsquadrat des Matrixelementes wie Gl. (47) oder (51) weg.

2.4 $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + g)$ im t-Kanal

Da für die einfallenden kosmischen Neutralinos theoretisch sehr hohe Energien möglich sind, können die schweren Quarks nicht mehr vernachlässigt werden. Ein Beispiel hierfür ist der Prozess $\tilde{\chi}_1^0 g \rightarrow \tilde{t}\tilde{t}$ bzw. $\tilde{\chi}_1^0 g \rightarrow \tilde{t}\tilde{t}$. Es ist auch interessant diesen Prozess zu betrachten, da für Higgsino-artige Neutralinos die Yukawa-Kopplung an das Top Quark die stärkste aller Kopplungen ist. Für die von mir verwendeten Datensätze mit Gaugino-artigen Neutralinos ist die Kopplung an das Top bzw. Stop jedoch nicht besonders bevorzugt.

2.4.1 Vom Feynman-Diagramm zum totalen Wirkungsquerschnitt

$$\begin{array}{ccc}
\tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{t}, k_1 \tilde{\chi}_1^\circ, p_1 & \tilde{t}, k_1 \\
& \bar{t}, q_1 & + \quad \tilde{t}, q_2 \\
g, p_2 & \bar{t}, k_2 & g, p_2 & \bar{t}, k_2 \\
\mathcal{M}_a & & \mathcal{M}_b
\end{array}$$

Mit Hilfe von [48] und [39] ergeben sich die folgenden Amplituden für die obigen zwei am Prozeß beteiligten Diagramme:

$$i\mathcal{M}_a = \bar{v}(p_1) i (G_{3s1}^{uL} P_L + G_{3s1}^{uR} P_R) 1i \frac{(q_1 + m_t)}{(t - m_t^2)} \epsilon_\mu(p_2) (-ig_s T^a \gamma^\mu) v(k_2) \quad (54)$$

$$i\mathcal{M}_b = \bar{v}(p_1) i (G_{3s1}^{uL} P_L + G_{3s1}^{uR} P_R) v(k_2) \frac{i}{(u - m_t^2)} \epsilon_\mu(p_2) (-ig_s T^a) (q_2 + k_1)^\mu 1. \quad (55)$$

Aus dem Grunde, dass zwei Diagramme beteiligt sind ergeben sich für das quadrierte Matrixelement vier beitragende Terme $|\mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b|^2 = |\mathcal{M}_a|^2 + |\mathcal{M}_b|^2 + \mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b$. Da das Gluon eine Farbladung trägt müssen wir zusätzlich über die einlaufenden Farben mitteln und über die auslaufenden summieren, siehe auch A.4.

$|\mathcal{M}_a|^2$ Anteil:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} \sum_{spins} \sum_{colors} |\mathcal{M}_a|^2 &= -\frac{1}{2} \frac{g_s^2}{(t - m_t^2)^2} \cdot \\
&\cdot \left[- \left(|G_{3s1}^{uL}|^2 + |G_{3s1}^{uR}|^2 \right) (k_2 \cdot q_1 p_1 \cdot q_1 - k_2 \cdot p_1 q_1 \cdot q_1 + k_2 \cdot q_1 q_1 \cdot p_1) \right. \\
&+ 2G_{3s1}^{uL} G_{3s1}^{uR*} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t q_1^2 + 2G_{3s1}^{uL*} G_{3s1}^{uR} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t q_1^2 \\
&+ 4 \left(|G_{3s1}^{uL}|^2 + |G_{3s1}^{uR}|^2 \right) m_t^2 p_1 \cdot q_1 \\
&- 2G_{3s1}^{uL*} G_{3s1}^{uR} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t k_2 \cdot q_1 - 2G_{3s1}^{uL} G_{3s1}^{uR*} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t k_2 \cdot q_1 \\
&- \left(|G_{3s1}^{uL}|^2 + |G_{3s1}^{uR}|^2 \right) m_t^2 p_1 \cdot k_2 \\
&\left. + 2G_{3s1}^{uL*} G_{3s1}^{uR} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t^3 + 2G_{3s1}^{uL} G_{3s1}^{uR*} m_{\tilde{\chi}_1^\circ} m_t^3 \right], \quad (57)
\end{aligned}$$

die hierbei *neu* auftretenden Größen sind:

$$q_1 = p_2 - k_2 \quad (58)$$

$$t = q_1^2 \quad (59)$$

$$G_{isl}^{uL} = -\sqrt{2}g_2 \left(\frac{1}{2} N_{l2}^* + \frac{1}{6} \tan(\theta_W) N_{l1}^* \right) \sum_{j=1}^3 W_{js}^{\tilde{u}*} U_{ji}^{uL} - \frac{g_2}{\sqrt{2}M_W \sin(\beta)} m_{u_i} N_{l4}^* \sum_{j=1}^3 W_{j+3s}^{\tilde{u}*} U_{ji}^{uR} \quad (60)$$

$$G_{isl}^{u_R} = \frac{2\sqrt{2}}{3} g_2 \tan(\theta_W) N_{l1} \sum_{j=1}^3 W_{j+3s}^{\tilde{u}*} U_{ji}^{u_R} - \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W \sin(\beta)} m_{u_i} N_{l4} \sum_{j=1}^3 W_{js}^{\tilde{u}*} U_{ji}^{u_L}, \quad (61)$$

hierbei ist $m_t = m_{u_3}$ die Topmasse, $m_{\tilde{t}}$ die Stopmasse, g_s die starke Kopplungskonstante und der Index l geht von 1 bis 4 und bezeichnet das ankoppelnde Neutralino, also in unserem Fall $l = 1$. Der Index i benennt die Generation, hier also $i = 3$, der Index s geht von 1 bis 6, in der Notation von [39] entspricht ein $s = 3, 6$ einem t_L/t_R und die $U^{u_{L,R}}, W^{\tilde{u}}$ sind Quark Flavor bzw. Sfermion Rotationmatrizen.

$|\mathcal{M}_b|^2$ Anteil:

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins colors}} |\mathcal{M}_a|^2 = -\frac{1}{4} \frac{g_s^2}{(u - m_{\tilde{t}}^2)^2} (t + 2k_2 \cdot q_2 + m_{\tilde{t}}^2) \quad (62)$$

$$\cdot [(|G_{3s1}^{u_L}|^2 + |G_{3s1}^{u_R}|^2) p_1 \cdot k_1 + 2G_{3s1}^{u_L} G_{3s1}^{u_R*} m_{\tilde{\chi}_1^0} m_t], \quad (63)$$

die *neuen* Konstanten sind hierbei:

$$q_2 = p_1 - k_2 \quad (64)$$

$$u = q_2^2. \quad (65)$$

$\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b$ Anteil:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins colors}} (\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^* + \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b) &= -\frac{1}{2} \frac{g_s^2}{(t - m_{\tilde{t}}^2)(u - m_{\tilde{t}}^2)} \left[(|G_{3s1}^{u_L}|^2 + |G_{3s1}^{u_R}|^2) \right. \\ &\quad \cdot \left(p_1 \cdot k_2 q_1 \cdot q_2 + p_1 \cdot q_1 k_1 \cdot k_2 - p_1 \cdot k_1 k_2 \cdot q_1 + p_1 \cdot k_2 k_1 \cdot q_1 - \right. \\ &\quad \left. \left. - p_1 \cdot q_2 \frac{m_{\tilde{t}}^2}{2} - p_1 \cdot k_2 \frac{m_{\tilde{t}}^2}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (q_1 \cdot q_2 + k_1 \cdot q_1 - k_2 \cdot q_2 - k_1 \cdot k_2) (m_t m_{\tilde{\chi}_1^0} G_{3s1}^{u_L} G_{3s1}^{u_R*} 1) \right]. \quad (66) \end{aligned}$$

Der Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktsystem ist wieder durch Gl.(30) gegeben, die benötigten Skalarprodukte von 4-er Impulse lauten diesmal:

$$t = q_1^2 = m_{\tilde{t}}^2 - 2 (P_1 E_4 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta)) \quad (67)$$

$$u = q_2^2 = m_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - 2 (E_1 E_4 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta)) \quad (68)$$

$$p_1 \cdot k_2 = E_1 E_4 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (69)$$

$$p_1 \cdot q_1 = p_1 \cdot p_2 - p_1 \cdot k_2 = E_1 P_1 + P_1^2 - E_1 E_4 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (70)$$

$$k_2 \cdot q_1 = p_2 \cdot k_2 - k_2^2 = -m_{\tilde{t}}^2 + P_1 E_4 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (71)$$

$$p_2 \cdot k_2 = P_1 E_4 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (72)$$

$$p_1 \cdot p_2 = E_1 P_1 + P_1^2 \quad (73)$$

$$k_2 \cdot q_2 = (p_1 - k_2) k_2 = -m_t^2 + E_1 E_4 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (74)$$

$$p_1 \cdot q_2 = (p_1 - k_2) p_1 = -E_1 E_4 - p_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 \quad (75)$$

$$\begin{aligned} q_1 \cdot q_2 &= (p_2 - k_2) (p_1 - k_2) = -p_2 \cdot k_2 + p_1 \cdot p_2 + k_2^2 - p_1 \cdot k_2 \\ &= -P_1 E_4 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) + P_1 E_1 + P_1^2 + m_t^2 - E_1 E_4 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \end{aligned} \quad (76)$$

$$k_1 \cdot k_2 = E_3 E_4 + |\vec{P}_2|^2 \quad (77)$$

$$p_1 \cdot k_1 = E_1 E_3 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \quad (78)$$

$$k_1 \cdot q_1 = (p_2 - k_2) k_1 = p_2 \cdot k_1 - k_2 k_1 = P_1 E_3 + P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) - E_3 E_4 - |\vec{P}_2|^2 \quad (79)$$

$$k_1 \cdot q_2 = (p_1 - k_2) k_1 = p_1 \cdot k_2 - k_1 \cdot k_2 = E_1 E_3 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) - E_3 E_4 + |\vec{P}_2|^2. \quad (80)$$

Die Betragsquadrate des Prozesses $\tilde{\chi}_1^0 g \rightarrow \tilde{t} \bar{t}$ ergeben sich identisch zu Gl.(57), (63) und (66).

2.4.2 Plots der totalen Wirkungsquerschnitte

Der addierte Wirkungsquerschnitt für die beiden Prozesse $\tilde{\chi}_1^0 g \rightarrow \tilde{t} \bar{t}$ und $\tilde{\chi}_1^0 g \rightarrow \tilde{t} \bar{t}$ des **Set1** ist in Abbildung 7 dargestellt. Der Verlauf und damit das qualitative Verhalten ist ähnlich zu $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im t-Kanal:

Er zeichnet sich wieder für „kleine“ Energien durch einen starker Abfall, für hohe aber durch einen stetig wachsenden totalen Wirkungsquerschnitt aus. Der Grund hierfür liegt wieder in der Faltung mit der Parton-Verteilungsfunktion des Gluons. Wie aus den Abbildungen 8(a) und 8(b) gut zu erkennen, hat die des Gluons qualitativ das selbe Verhalten wie die der Quarks. Wir können für kleinere Werte des Impulsbruchteils x jedoch einen deutlich höheren Anstieg der Parton-Verteilungsfunktion ablesen, dementsprechend wird für höhere Neutralinoenergien auch der Wirkungsquerschnitt des $\tilde{\chi}_1^0$ mit den Gluonen im Nukleon im Vergleich zu $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im t-Kanal dominieren. Ein zweiter Grund für diese Dominanz ist, dass wir im Gegensatz zu $\tilde{\chi}_1^0 + q_i$ für $\tilde{\chi}_1^0 + g$ im Matrixelement jeweils eine starke und schwache Kopplung vorliegen haben. Der erste Prozess hat hier zwei schwache Kopplungen. Im Falle, dass $m_{\tilde{t}} \gg m_t$ gilt macht sich noch ein Faktor von $\log(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2})$ vom Integral über dem Winkel in $|\mathcal{M}_a|^2$ bemerkbar. Dies können wir als eine $g \rightarrow t + \bar{t}$ Aufspaltung gefolgt von dem Prozess $\tilde{\chi}_1^0 + t \rightarrow \tilde{t}$ interpretieren, also einem reinen s-Kanal Beitrag. In den drei Datensätzen *D1* bis *D3* bewegt sich die Stopmasse $m_{\tilde{t}}$ ungefähr von 300 GeV bis 900 GeV.

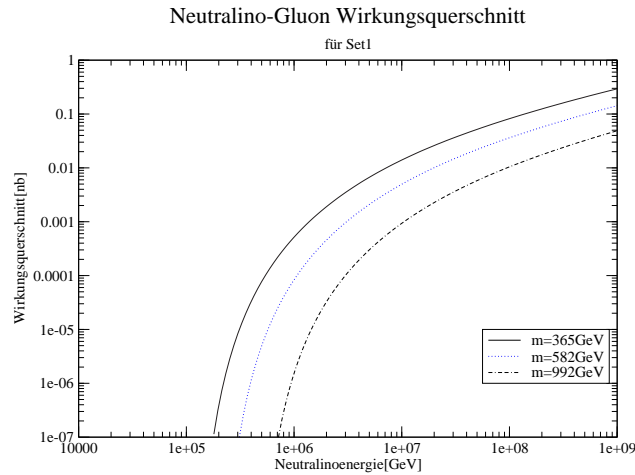
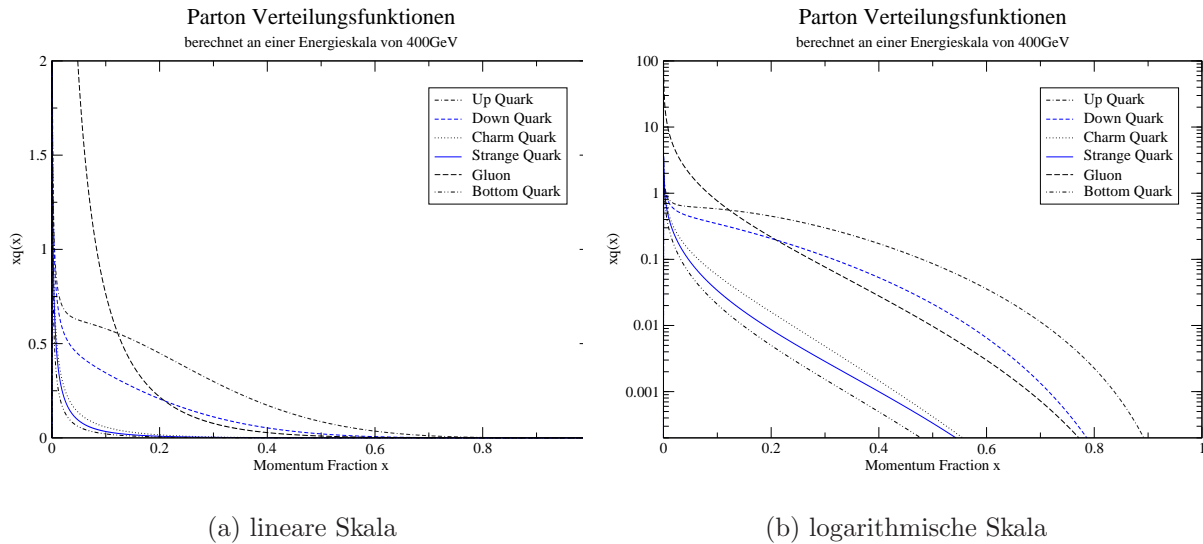


Abbildung 7: $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + g)$ Wirkungsquerschnitt im t-Kanal für die Datensätze $D1$ bis $D3$.



(a) lineare Skala

(b) logarithmische Skala

Abbildung 8: Plot der Parton-Verteilungsfunktionen für alle fünf Quarks und dem Gluon, ausgewertet an einer Energieskala von 400 GeV.

3 Diskussion der Ergebnisse

3.1 Neutrino

Wir brauchen den totalen Wirkungsquerschnitt von höchstenergetischen Neutrinos mit Nukleonen im Folgenden aus zweierlei Gründen: Einerseits können wir mit seiner Hilfe abschätzen, ob die Ergebnisse für den totalen Wirkungsquerschnittes im t-Kanal richtig sind, andererseits

können wir diesen für die Betrachtung der Erde als Filter für höchstenergetische Neutrinos nutzen. Beide Punkte werden im Abschnitt 3.5 behandelt. Im folgenden stütze ich mich auf [49] und fasse kurz die hierfür notwendigen Ergebnisse aus [49] für höchstenergetische Neutrinos zusammen:

3.1.1 Der totale und differentielle Wirkungsquerschnitt

$\nu_\mu N \rightarrow \mu^- + X$: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den geladenen Strom der Neutrino-Nukleon Streuung ist durch

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{2G_F^2 M E_\nu}{\pi} \left(\frac{M_W^2}{Q^2 + M_w^2} \right)^2 [xq(x, Q^2) + x\bar{q}(x, Q^2) (1-y)^2] \quad (81)$$

gegeben. Hierbei ist x über $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$ mit der Nukleonmasse M , dem Impulstransfer $-Q^2$ zwischen dem einfallenden Neutrino und dem auslaufenden Muon und $\nu = E_\nu - E_\mu$ dem Energieverlust im Laborsystem definiert. Des weiteren gilt $y = \frac{\nu}{E_\nu}$, $G_F = 1.16632 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ ist die Fermi Konstante und die Verteilungsfunktionen q für die Quarks bzw. \bar{q} für die Antiquarks sind durch

$$q(x, Q^2) = \frac{u_v(x, Q^2) + d_v(u, Q^2)}{2} + \frac{u_s(x, Q^2) + d_s(u, Q^2)}{2} + s_s(x, Q^2) + b_s(x, Q^2) \quad (82)$$

$$\bar{q}(x, Q^2) = \frac{\bar{u}_s(x, Q^2) + \bar{d}_s(u, Q^2)}{2} + \bar{c}_s(x, Q^2), \quad (83)$$

gegeben, wobei die Top Quark Anteile vernachlässigt worden sind. v und s bezeichnen hierbei die Valenz und See Quark Anteile.

$\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu + X$: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den neutralen Strom berechnet sich zu

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{2G_F^2 M E_\nu}{\pi} \left(\frac{M_W^2}{Q^2 + M_w^2} \right)^2 [xq^\circ(x, Q^2) + x\bar{q}^\circ(x, Q^2) (1-y)^2]. \quad (84)$$

Die Terme mit den Parton-Verteilungsfunktionen q^0 für die Quarks bzw. \bar{q}^0 für die Antiquarks sind hierbei durch

$$q^0(x, Q^2) = \left[\frac{u_v(x, Q^2) + d_v(u, Q^2)}{2} + \frac{u_s(x, Q^2) + d_s(u, Q^2)}{2} \right] (L_u^2 + L_d^2) + \left[\frac{u_s(x, Q^2) + d_s(u, Q^2)}{2} \right] (R_u^2 + R_d^2)$$

$$\bar{q}^0(x, Q^2) = \left[\frac{\bar{u}_v(x, Q^2) + \bar{d}_v(u, Q^2) + \bar{u}_s(x, Q^2) + \bar{d}_s(u, Q^2)}{2} \right] (R_u^2 + R_d^2) + [s_s(x, Q^2) + b_s(x, Q^2)] (L_d^2 + R_d^2) + c_s(x, Q^2) (L_u^2 + R_u^2) \quad (85)$$

$$+ \left[\frac{\bar{u}_s(x, Q^2) + \bar{d}_s(u, Q^2)}{2} \right] (L_u^2 + L_d^2) + [\bar{s}_s(x, Q^2) + \bar{b}_s(x, Q^2)] (L_d^2 + R_d^2) + \bar{c}_s(x, Q^2) (L_u^2 + R_u^2) . \quad (86)$$

gegeben. Des weiteren haben wir die chiralen Kopplungen:

$$\begin{aligned} L_u &= 1 - \frac{4}{3}x_W & L_d &= -1 + \frac{2}{3}x_W \\ R_u &= -\frac{4}{3}x_W & R_d &= \frac{2}{3}x_W \end{aligned} , \quad (87)$$

mit dem schwachen Mischparameter $x_w = \sin^2(\theta_W)$. Letzterer wurde als $x_W = 0.226$ gewählt. Die Parton-Verteilungsfunktionen (82), (83), (85) und (86) gelten für ein isoskalares Target, das genauso viele Protonen wie Neutronen enthält.

Der totale Wirkungsquerschnitt zu Gl. (81) und (84) ergibt sich einfach durch Integration über x und y . Hierbei geht die Integration über y von 0 bis 1 da wir alle Teilchen als masselos betrachten. Die x Integration geht jedoch von 1 bis x_{min} , letztere untere Grenze ist wieder durch Gl. (31) gegeben. Diese ergibt für masselose Teilche $x_{min} = \frac{1}{2E_1 \cdot m_N}$.

3.1.2 Plot des totalen Wirkungsquerschnittes

Die numerische Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes für den geladenen und neutralen Strom mit den CTEQ6 [47] Partonfunktionen ist in Abbildung 9 zu sehen. Die Kurvenverläufe stimmen mit denen aus [49], hier wurde CTEQ4 verwendet, im Rahmen einer 0.2-10% Abweichung überein.

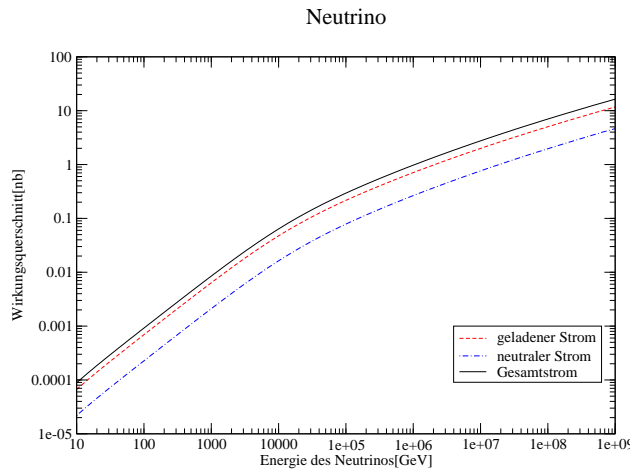


Abbildung 9: Der totale Neutrino Wirkungsquerschnitt für den geladenen und neutralen Strom und die Summe aus beiden.

3.2 Vergleich von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s- und t-Kanal

Wir stellen als Startpunkt der nun folgenden Vergleiche die Beiträge des s- und t-Kanals für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ zum totalen Wirkungsquerschnitt eines einfallenden höchstenergetischen Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ gegenüber.

3.2.1 Plots des jeweiligen totalen Wirkungsquerschnittes

In Abbildung 10 sind die totalen Wirkungsquerschnitte für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ des s- und t-Kanal für das mSUGRA Szenario **Set1** eingezeichnet.

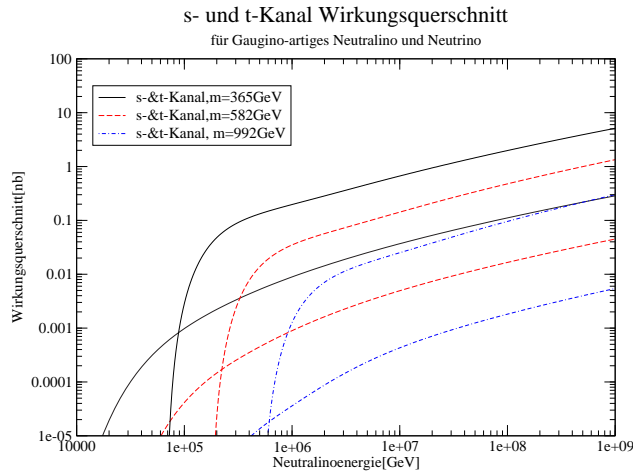


Abbildung 10: Es wurden die Datensätze *D1* bis *D3* geplottet, die jeweils höheren Kurven stellen die s-Kanal Beiträge dar.

3.2.2 Beurteilung

Da in dieser Diplomarbeit der Fall höchstenergetischer Neutralinos behandelt wird, betrachten wir nur den Verlauf der totalen Wirkungsquerschnittskurven für sehr hohe Energien. Für diese bewegt sich die Größe der t-Kanal Beiträge in einem Korridor von 2–6% im direkten Vergleich zu den s-Kanal Beiträgen. In Tabelle 2 sind für drei verschiedene Neutralinoenergien die genauen Prozentangaben zu finden.

	Datensatz <i>D1</i>			Datensatz <i>D2</i>			Datensatz <i>D3</i>		
Energie [GeV]	σ_s [nb]	σ_t [nb]	$\frac{\sigma_t}{\sigma_s}$ [%]	σ_s [nb]	σ_t [nb]	$\frac{\sigma_t}{\sigma_s}$ [%]	σ_s [nb]	σ_t [nb]	$\frac{\sigma_t}{\sigma_s}$ [%]
1.0×10^7	0.680	0.037	5.4	0.145	0.005	3.4	0.0256	0.0004	1.6
1.0×10^8	2.024	0.113	5.6	0.488	0.017	3.5	0.0982	0.0019	1.9
1.0×10^9	5.130	0.286	5.6	1.340	0.047	3.5	0.3002	0.0053	1.8

Tabelle 2: Größe der Beiträge des t-Kanals σ_t in Prozent des s-Kanals σ_s , verwendete Datensätze sind die des Szenarios **Set1**.

3.3 $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im Vergleich zu $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$

Nun wird der totale Wirkungsquerschnitt im t-Kanal zwischen der Streuung von Neutralinos an Gluonen bzw. Quarks verglichen.

3.3.1 Plots

Für das mSUGRA Szenario **Set1** sind die Beiträge von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ und $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ in Abbildung 11 dargestellt.

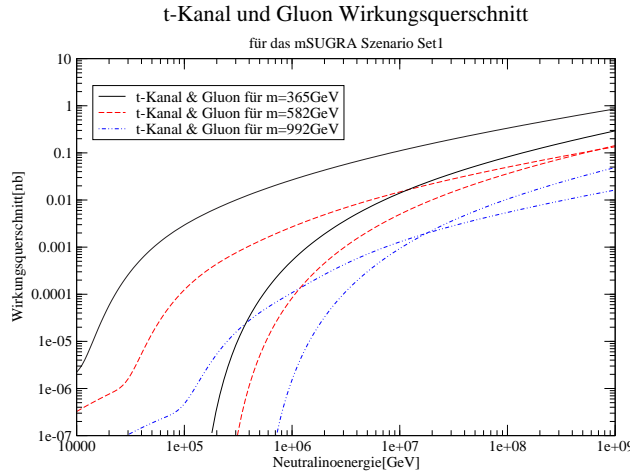


Abbildung 11: Es wurden die Datensätze *D1* bis *D3* aufgetragen, die $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ Beiträge sind die drei für niedrigere Energien dominierende Kurven.

3.3.2 Beurteilung

Wir sehen in Abbildung 11, dass für sehr hohe Energien der Neutralino-Gluon Beitrag für auslaufende Top-Stop Paare größer wird als die Neutralino-Quark Beiträge im t-Kanal, der erstere bleibt aber deutlich unter den s-Kanal Beiträgen der letzteren. Deswegen vernachlässigen wir später auch den Neutralino-Gluon Beitrag in der Lösung der Transportgleichungen von Neutralinos in Materie. Der Neutralino-Gluon Beitrag wird im Falle der Datensätze *D2* und *D3* für eine Energie von ungefähr $2 \cdot 10^7$ GeV bzw. $1 \cdot 10^9$ GeV größer als die Neutralino-Quark Beiträge im t-Kanal. Die Begründung hierfür ist, wie schon in Unterkapitel 2.4.2 erwähnt, dass die Parton Funktionen der Gluonen für kleine Impulsüberträge x deutlichst schneller wachsen als die der Quarks und die Ersetzung einer schwachen Kopplung durch eine starke.

3.4 Gaugino- und Higgsino-artiges Neutralino

Im nächsten Abschnitt 3.5 wird der totale Wirkungsquerschnitt eines Higgsino-artigen Neutralinos mit dem eines Neutrinos verglichen. Aus diesem Grunde stelle ich im folgenden jeweils für zwei Gaugino- und Higgsino-artige $\tilde{\chi}_1^\circ$ die totalen Wirkungsquerschnitte für den t-Kanal gegenüber, um zu zeigen wie sich diese in der Größenordnung unterscheiden.

Alle bisher verwendeten Datensätze hatten eine Gaugino-artige Mischung des Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$, da *Softsusy* [50] diese, den Parameterraum von mSUGRA [51] widerspiegelnd, im „Normalbetrieb“ liefert. Auf den letzten Punkt ist ausführlicher in F.2 eingegangen worden.

3.4.1 Plots

In Abbildung 12 sind für die mit *Softsusy* [50] ausgerechneten Datensätze *G1*, *G2*, *H1* und *H2* die totalen Wirkungsquerschnitte des t-Kanals aufgetragen, wobei die ersten beiden Gaugino- und die letzten beiden Higgsino-artige Neutralinos haben. Des weiteren sind in Abbildung 13 für *H1* und *G2* die totalen Wirkungsquerschnitte separat für den geladenen und neutralen Fluß zu sehen.

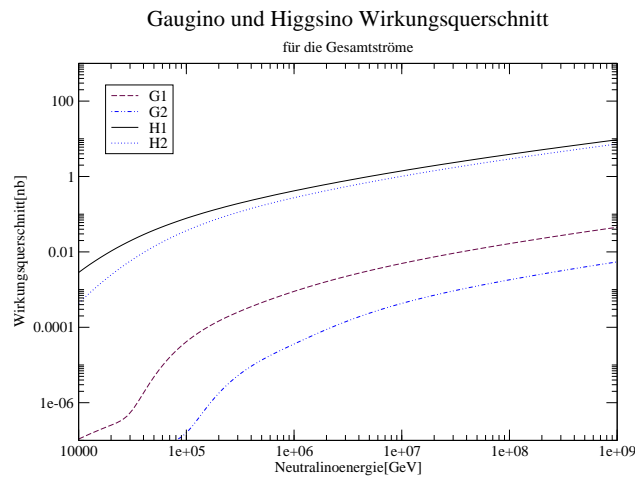


Abbildung 12: Vergleich der totalen Wirkungsquerschnitte eines Gaugino- und Higgsino-artigen Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$.

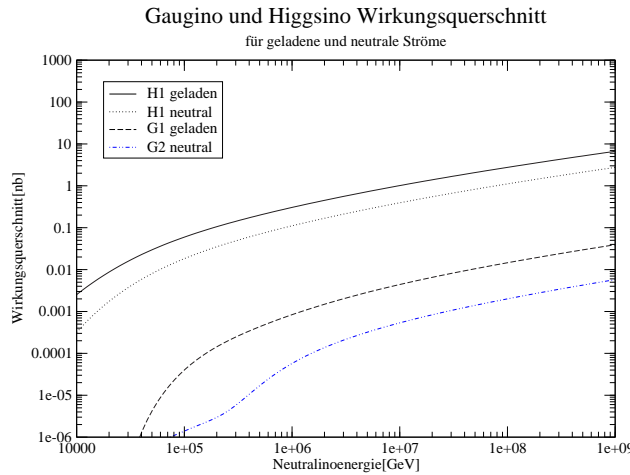


Abbildung 13: Vergleich der totalen Wirkungsquerschnitte eines Gaugino- und Higgsino-artigen Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ in den neutralen und geladenen Flüssen für $H1$ und $G2$.

3.4.2 Beurteilung

Wie in Abbildung 12 zu sehen sind die Wirkungsquerschnitte der Higgsinodatensätze um zwei bis drei Größenordnungen größer. Dies gilt, vergleiche auch mit Abbildung 13, gleichermaßen für den geladenen wie auch neutralen Fluß.

Für den letzteren ist dies direkt an den N_{l1}^L (41) und N_{l1}^R (42) zu sehen. Diese beinhalten nur Mischungsmatrixeinträge der Higgsinofelder, einfach zu verstehen, wenn man sich vergegenwärtigt, dass es auch im SM keine $[\gamma-\gamma-Z]$ oder $[Z-Z-Z]$, dafür aber $[Higgs-Higgs-Z]$ Vertizes gibt.

Warum der geladene Fluß für $H1$, $H2$ auch deutlich größer ist, obwohl die Faktoren C_{1k}^L (27) und C_{1k}^R (28) jeweils einen Term haben, der für den Gaugino bzw. Higgsino Fall dominiert, ist auch einfach zu erklären: In der Gaugino Mischung ist das $\tilde{\chi}_1^0$ quasi das reine Bino Feld $\tilde{\chi}_0$, an dieses wird aber in der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\tilde{\chi}_k^\pm \tilde{\chi}_l^0 W^\pm}$, vergleiche mit [39], nicht gekoppelt. Auch an C_{1k}^L (27) und C_{1k}^R (28) direkt ablesbar, da hier keine Z_{l1} Matrixeinträge stehen. Dies gibt uns dann jeweils die gesuchten 2 bis 3 Größenordnungen Unterschied.

3.5 Vergleich von $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ mit $\sigma(\nu + q_i)$

Im folgenden wird zuerst der totale Wirkungsquerschnitt eines Higgsino-artigen Neutralinos im t-Kanal mit dem eines Neutrinos verglichen. Ein $\tilde{\chi}_1^0$ verhält sich wie ein schweres ν mit rechtshändigen Beimischungen in Bezug auf seine Kopplungen mit W^\pm und Z Bosonen. Dementsprechend sollten Neutralinos und Neutrinos für vernachlässigbare Massen einen qualitativ identischen Verlauf für den totalen Wirkungsquerschnitt im t-Kanal haben und auch im quantitativen Rahmen in der selben Größenordnung liegen. Danach vergleichen wir die totalen Wirkungsquerschnitte von Gaugino-artigen Neutralinos mit denen von Neutrinos, um die in der Einleitung erwähnte Möglichkeit der Nutzung der Erdmaterie als Filter zu belegen.

3.5.1 Plots von $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ und $\sigma(\nu + q_i)$ im t-Kanal

In Abbildung 14 ist der totale Wirkungsquerschnitt für ein Neutrino und die beiden Higgsino-artigen Neutralinodatensätze $H1$ und $H2$ aufgetragen. Des weiteren sind in Abbildung 15(a) und 15(b) für diese die neutralen und geladenen Stromanteile einzeln aufgetragen und mit denen des Neutrino gegenübergestellt.

Im nächsten Schritt sind für $H2$ die Einzelbeiträge aller möglichen auslaufenden SUSY Teilchen eingezeichnet.

Ergänzend hierzu wurde in Abbildung 17 die Massen der an der Streuung beteiligten SUSY Teilchen für den Datensatz $H2$ null gesetzt und in der Grafik 18 wurde $H2$ noch weitergehend manipuliert, näheres hierzu in der folgenden Beurteilung der Plots.

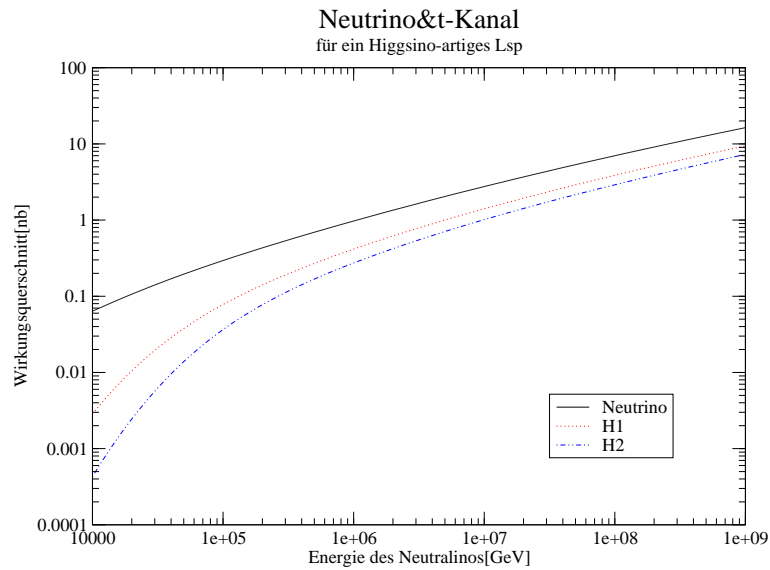


Abbildung 14: Der totale Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\nu + q_i)$ und $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ der beiden Higgsino-artigen Neutralinos von $H1$ und $H2$

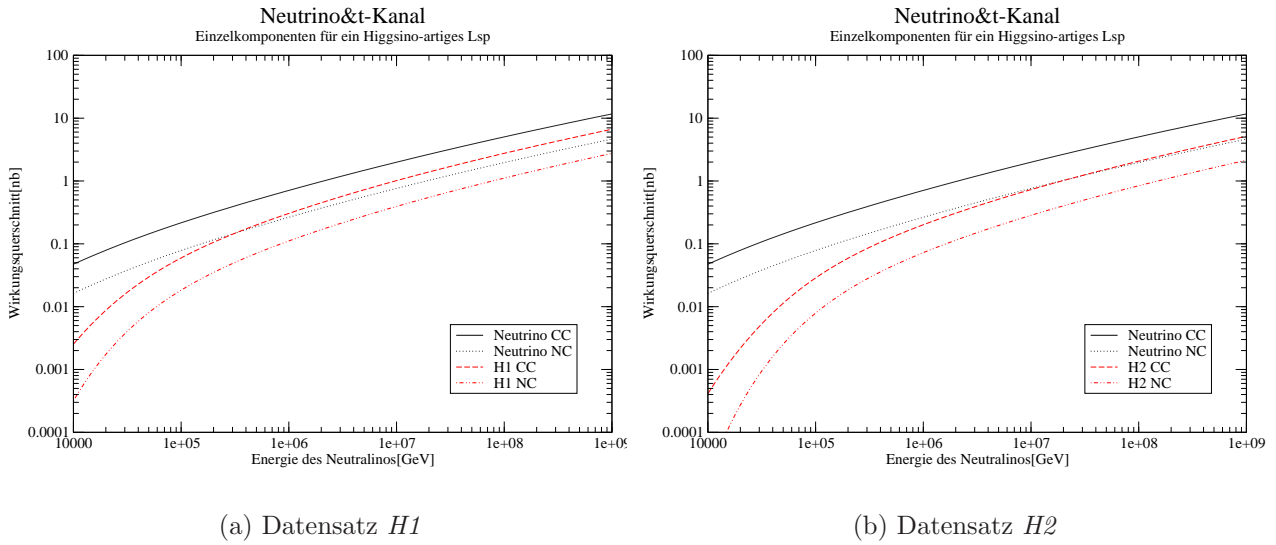


Abbildung 15: Der totale Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\nu + q_i)$ und $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ der beiden Higgsino-artigen Neutralinos von $H1$ und $H2$ für den geladenen (CC) und neutralen (NC) Strom

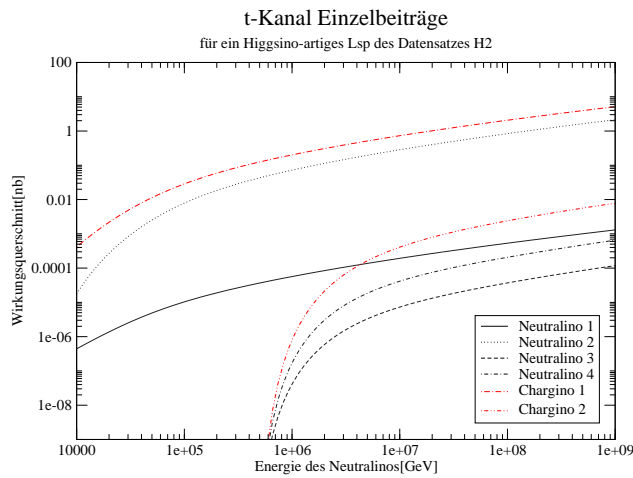


Abbildung 16: Einzelbeiträge des totalen Wirkungsquerschnittes $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal für alle 6 möglichen auslaufenden SUSY Teilchen

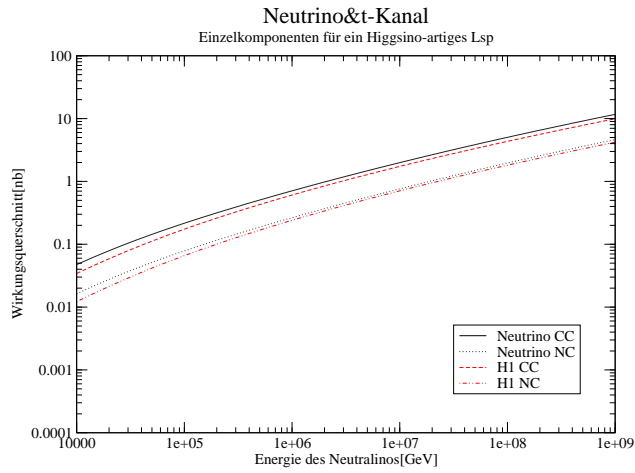


Abbildung 17: Geladener (CC) und neutraler (NC) Strom von $\sigma(\nu + q_i)$ für Masse null der SUSY Teilchen von H_2

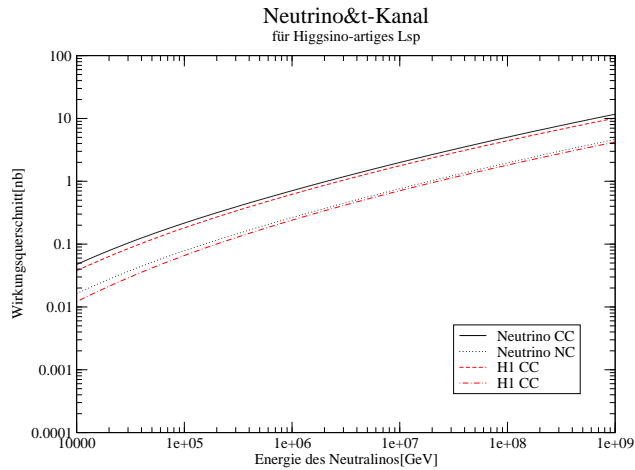


Abbildung 18: Geladener (CC) und neutraler (NC) Strom von $\sigma(\nu + q_i)$ für Masse null der Teilchen von H_2 und der zusätzlichen Manipulation (siehe Text).

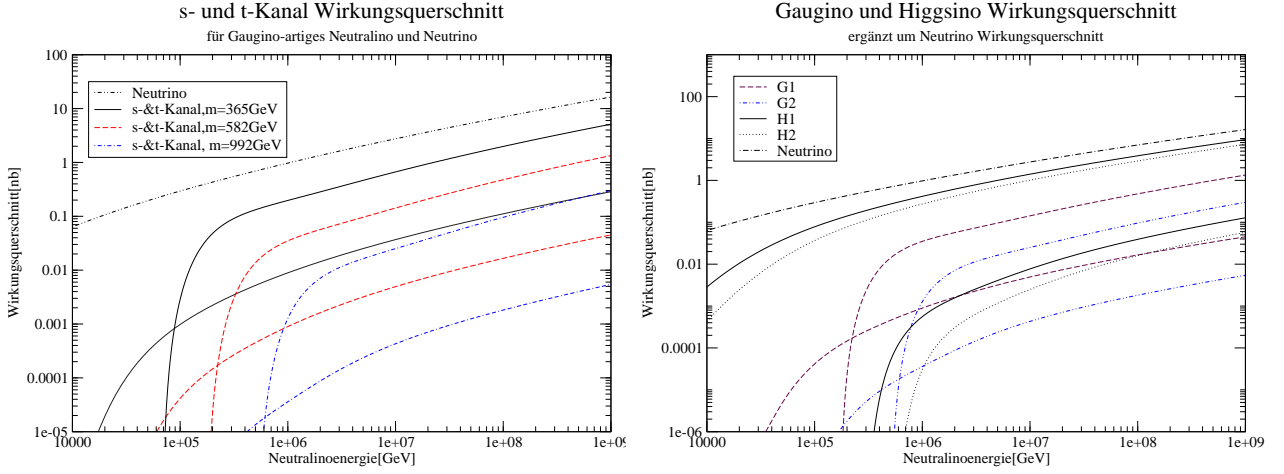
(a) Datensätze $D1$, $D2$ und $D3$.(b) Datensätze $H1$, $H2$, $G1$ und $G2$, die unteren Kurven von $H1$ und $H2$ sind die s-Kanal Beiträge.

Abbildung 19: Der totale Wirkungsquerschnitt von $\sigma(\nu + q_i)$ im Vergleich zu Higgsino- und Gaugino-artigen Neutralino $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ Prozessen.

3.5.2 Beurteilung

Startpunkt des nun folgenden ersten Teils dieses letzten Abschnittes ist ein genauerer Blick auf die Vertices eines Neutrinos bzw. Neutralinos mit dem Z und W Boson:

- **W^\pm Vertex:** $-\frac{P_L}{\sqrt{2}} = (C_{1k}^R P_L + C_{1k}^L P_R)$ mit $C_{1k}^L = N_{12} \mathcal{V}_{k1}^* - \frac{1}{\sqrt{2}} N_{14} \mathcal{V}_{k2}^*$ & $C_{1k}^R = N_{12}^* \mathcal{U}_{k1} + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{13}^* \mathcal{U}_{k2}$
- **Z Vertex:** $-\frac{P_L}{2} = (N_{l1}^L P_L + N_{l1}^R P_R)$ mit $N_{l1}^L = \frac{1}{2} (-N_{l3} N_{13}^* + N_{l4} N_{14}^*)$ & $N_{l1}^R = - (N_{l1}^L)^*$

y

Obenstehend habe ich für beide Streuaustauschteilchen jeweils die Terme der Vertexfaktoren gleichgesetzt, die sich im SM (linke Seite) und dem MSSM (rechte Seite) unterscheiden. Für das W^\pm Boson sind diese bis auf den zusätzlichen rechtshändigen Anteil, einem fehlenden Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ und den Faktoren C_{1k}^L und C_{1k}^R identisch. Die beiden letzten bewegen sich in der Größe von $|1|$ bis „sehr klein“, unter „sehr klein“ verstehe ich einige Größenordnungen kleiner als eins. Auch im Vertex für das Z Boson finden wir im Fall des MSSM wieder rechtshändige Anteile und die Faktoren N_{l1}^L und N_{l1}^R , aus diesen können wir den benötigten Faktor $\frac{1}{2}$ des SM herausziehen. Des weiteren bewegen sich auch N_{l1}^L und N_{l1}^R wieder im Rahmen von $|1|$ bis „sehr klein“. Hieraus sollte nun für hohe Energien, so dass die Massen immer mehr vernachlässigt werden können, ein quantitativ immer ähnlicherer Kurvenverlauf des totalen Neutralino und Neutrino Wirkungsquerschnittes folgen. Mit Hilfe von Abbildung 14 sehen wir, dass dies erfüllt ist. Im weiteren fällt auf, dass für hohe Energien die Gesamtwirkungsquerschnitte bis auf ca. 60%

auch qualitativ übereinstimmen. In den Abbildung 15(a) und 15(a) erkennen wir, dass dies für die neutralen und geladenen Anteile der beiden Higgsino Datensätze gleichermaßen gilt. Einerseits ist dies die sichtbare Folge davon, dass wir Datensätze mit Higgsino-artigen Neutralinos nehmen, diese sind im Vergleich, wie im vorherigen Unterkapitel 3.4 beschrieben, zu den Bino-artigen Neutralinos in der richtigen Größenordnung in Bezug auf die Größe der Faktoren C_{1k}^L , C_{1k}^R , N_{l1}^L und N_{l1}^R . Andererseits liegt für die verwendeten Datensätze, wie wir gleich noch sehen werden, jeweils nur ein dominierender Beitrag für ein auslaufendens neutrales bzw. geladenes SUSY Teilchen vor. Hierdurch haben wir auch in dieser Hinsicht eine Kopie der Neutrino-Nukleon Wechselwirkung vorliegen.

In Abbildung 16 ist, wie oben erwähnt, klar zu erkennen, dass für den neutralen Strom nur das zweitleichteste Neutralino und für den geladenen Strom nur das leichteste Chargino nennenswert zum totalen Wirkungsquerschnitt beitragen. Alle anderen Beiträge sind 2 bis 4 Größenordnungen kleiner. Das schwere Chargino trägt nichts bei, da es im Higgsino Fall quasi das geladene Wino ist, also die \mathcal{V}_{22} , \mathcal{U}_{22} Mischungsmatrixeinträge für die rechten Terme von C_{1k}^L , C_{1k}^R sehr klein sind. Die Wino Beiträge \mathcal{V}_{21}^* , \mathcal{U}_{21} der linken Terme werden durch die Dominanz der Higgsinofelder, also N_{12} , N_{12}^* sehr klein, unterdrückt. Der letzte Punkt sorgt passenderweise auch dafür, dass wir den Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ausklammern können, der auch im SM Vertex zu finden ist.

Die beiden schwersten Neutralinos sind offensichtlich zu vernachlässigen, da sie Gaugino-artig sind, aber an dem Z Boson Vertex nur die Higgsino Felder koppeln können. Der $\tilde{\chi}_1^0$ Beitrag ist ebenfalls zu vernachlässigen, da für $H2$ die Einträge N_{13} , N_{14} der Neutralinomischungsmatrix, siehe Tabelle 9, nahezu gleich groß sind und sich damit ihre Betragsquadrate in N_{11}^L und N_{11}^L aufheben. Für das zweitleichteste Neutralino heben sich die beiden Terme in N_{21}^L bzw. N_{21}^L aufgrund eines Vorzeichenswechsels nicht mehr auf.

Um nun die Größe des totalen Neutrino und Neutralino Wirkungsquerschnittes noch weiter anzunähern können wir zusätzlich die Massen der SUSY Teilchen auf null setzen. Das Resultat für $H2$ ist in Abbildung 17 eingezeichnet. Die Kurvenverläufe für die totalen Wirkungsquerschnitte stimmen jetzt auch von ihrer Größe nahezu überein:

Wir betrachten nun zunächst die neutralen Beiträge werfen einen Blick auf Gl.(39): $|N_{21}^L|$ und $|N_{21}^L|$ sind mit den Neutralinomischungseinträgen der Tabelle 9 von $H2$ beide ca. $+\frac{1}{2}$ groß. Diesen Faktor können wir rausziehen und $N_{21}^{L*} = 2 \cdot N_{21}^L$ definieren. Damit stimmt der SM mit dem MSSM Vertex bis auf die zusätzliche rechtshändige Kopplung $N_{21}^{R*} = 2 \cdot N_{21}^R \approx 1$ überein. Damit führt die rechtshändigen Kopplung in

$$\left(|N_{21}^L|^2 + |N_{21}^R|^2\right) \Rightarrow \left(|N_{21}^{L*}|^2 + |N_{21}^{R*}|^2\right) \approx \left(1^2 + 1^2\right)$$

des quadrierten Matrizelementes (39) zu einem zusätzlichen Faktor 2 im Vergleich zum Neutrinowirkungsquerschnitt. Der Neutrinowirkungsquerschnitt ist jedoch beinahe identisch zum Neutralinowirkungsquerschnitt. Das $\tilde{\chi}_1^0$ ist zwar im Gegensatz zum Neutrino ein Majoranateilchen und wie in der Anmerkung nach Gl. (39) beschrieben fällt deswegen ein Teil des quadrierten Matrizelementes weg, jedoch ist hier nicht offensichtlich eine Verringerung des Wirkungsquerschnittes genau um etwa einen Faktor zwei zu erkennen.

Für den geladenen Anteil von $\tilde{\chi}_1^+$ habe ich, wie in Abbildung 18 zu sehen, nun noch zusätzlich die rechtshändigen Anteile, also C_{1k}^L , per Hand null gesetzt, damit wir einen direkten Vergleich zum SM Vertex ziehen können. Der einzige Unterschied zum letzteren ist, vergleiche mit den Gl.(26) und Gl.(29), nun noch das Betragsquadrat von $N_{13}^* \mathcal{U}_{12}$. Dieses ergibt für $H2$ ungefähr einen Faktor $\frac{1}{2}$, siehe Tabelle 9 und 10, diesen habe ich durch einen zusätzlich eingefügten Fak-

tor 2 wieder ausgeglichen. Hiermit stimme auch die Kurven für geladenen Beiträge des totalen Wirkungsquerschnittes fast überein.

In der Einleitung meiner Arbeit wurde von der Möglichkeit gesprochen die Materie der Erde als Filter für den Hintergrund der höchstenergetischen Neutrinos zu nutzen. Das dies für Gaugino-artige Neutralinos möglich ist können wir in Abbildung 19(a) ablesen: Für alle verwendeten Datensätze ist der totale Wirkungsquerschnitt der Neutralinos kleiner als der der Neutrinos. Im Falle von $D3$ ist dieser sogar in etwa 2 Größenordnungen kleiner. Abbildung 19(b) verdeutlicht nochmals die in der Einleitung erwähnten Übereinstimmung der Größenordnung von totalen Neutrino- und Neutralinowirkungsquerschnitten, wenn die letzteren eine Higgsino-artige Mischung haben. Es wird gleichzeitig deutlich, dass dies alleine aufgrund der t-Kanal Beiträge der Fall ist, denn die s-Kanal Beiträge von $H1$ und $H2$ sind deutlichst kleiner als die entsprechenden t-Kanal Beiträge. Die Massen der Squarks von $H1$ und $H2$ bewegen sich in etwa im Rahmen von 800 bzw. 1000 GeV, also im Massenbereich der Squarks von $G2$, siehe Tabelle 7. Somit sind die s-Kanal Beiträge bei etwa gleicher Masse für Higgsino-artige Neutralinos kleiner als die von Gaugino-artigen Neutralinos, dies deckt sich mit den Ergebnissen aus [26].

Teil II

Differentielle Wirkungsquerschnitte

4 Herleitung

In diesem Kapitel werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte eines im t- und s-Kanal mit einem Nukleon wechselwirkenden Neutralinos hergeleitet. Hierbei wird das Augenmerk auf die am Prozeß beteiligten SUSY Teilchen gelegt. Deshalb betrachten wir ein einfallendes Neutralino mit der Energie E_{in} und ein je nach Prozeß wieder auslaufendes Neutralino $\tilde{\chi}_n^\circ$ oder Chargino $\tilde{\chi}_k^\pm$ mit der Energie E_3 . Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma(E_{in})}{dE_3}$ ist mit dem totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(E_{in})$ über

$$\sigma(E_{in}) = \int_{E_{3min}}^{E_{3max}} dE_3 \frac{d\sigma(E_{in})}{dE_3} \quad (88)$$

verknüpft. Eine Anwendung für die differentiellen Wirkungsquerschnitte wird im nächsten Kapitel gegeben.

4.1 Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal

Für die Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnittes für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im t-Kanal stellt es sich als nützlich heraus die Größe E_3 durch die Variable y zu ersetzen. Letztere ist hierbei über $\frac{p_2 \cdot (p_1 - k_1)}{p_1 p_2}$ definiert. Die Verbindung zu E_3 kann am einfachsten im Ruhesystem des Nukleons, also für $p_2 = (M_N, \vec{0})$, gesehen werden:

$$y = \frac{p_2 \cdot q}{p_1 \cdot p_2} = \frac{p_2 \cdot (p_1 - k_1)}{p_1 \cdot p_2} = 1 - \frac{p_2 \cdot k_1}{p_1 \cdot p_2} = 1 - \frac{E_3 M_N}{E_1 M_N} = 1 - \frac{E_3}{E_1}, \quad (89)$$

mit dem im t-Kanal übertragenden 4-er Impuls q , $p_1 = (E_1, +P_1 \vec{z})$, $k_1 = (E_3, +\vec{P}_2)$, der Masse M_N des Nukleons und $E_1 = E_{in}$. Hiermit kann y für masselose Teilchen Werte $\in [0, +1]$ annehmen (0 entspricht hierbei $E_3 = E_1$ und 1 entspricht $E_3 = 0$).

Hiermit ergibt sich nach kurzer Rechnung, siehe B.1, das Gesuchte:

$$\frac{d\sigma}{dy} = \sum_q \int_{x_{min}}^1 dx q(x, Q^2) \frac{|\mathcal{M}|^2}{34\pi s} \frac{p_1 \cdot p_2}{P_1^2}, \quad (90)$$

bzw. unter Verwendung von Gl.(89) können wir auch

$$\frac{d\sigma}{dy} = E_1 \frac{d\sigma}{dE_3} \quad (91)$$

schreiben.

In Abbildung 20 sind für drei verschiedene Energien eines einfallenden Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ jeweils die geladenen und neutralen Flüsse des differentiellen Wirkungsquerschnittes eines ausgehenden positiv geladenen leichtesten Charginos bzw. des zweitleichtesten Neutralinos eingezeichnet.

Zum Vergleich sind zusätzlich für die identischen Energien die entsprechenden Beiträge eines Neutrinos eingezeichnet.

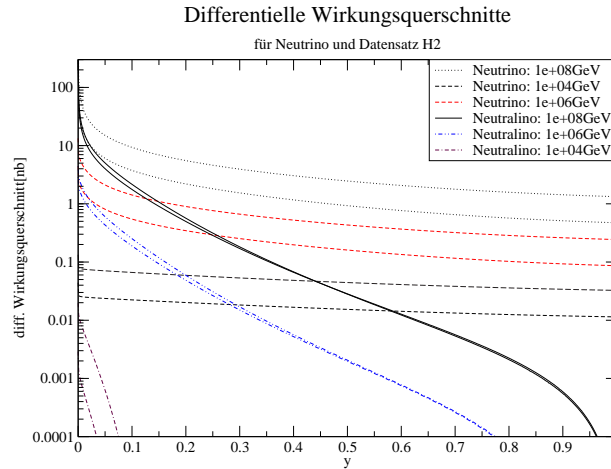


Abbildung 20: Differentielle Wirkungsquerschnitte für neutrale und geladene Flüsse, letzterer ist für eine feste Energie immer die obere der beiden Kurven.

Es ist zu sehen, dass die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Neutralinos für größer werdendes y deutlich stärker abfallen als die entsprechenden differentiellen Neutrinowirkungsquerschnitte. Die Erklärung hierfür ist die Struktur des t -Kanals, da hier für den Propagator

$$\mathcal{M} \propto \frac{1}{\hat{t} - m_{W^\pm/Z}^2}$$

gilt. Denn Neutrinos können y Werte nahe eins auch noch für kleine Q^2 (mit $\hat{t} = q^2 = -Q^2$) erreichen, wenn nur x klein genug ist¹¹. Wenn aber Q^2 noch deutlich kleiner ist als $m_{W^\pm/Z}^2$ hat dies auch keine Folgen im Propagator. Für Neutralinos gilt aber näherungsweise für $\hat{s} \equiv xs \gg m_{\tilde{\chi}_1^0}^2$:

$$Q^2 > \frac{m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 y}{1 - y}. \quad (92)$$

Diese unterere Schranke für Q^2 macht sich aber nun wegen $m_{\tilde{\chi}_1^0} \geq m_{W^\pm/Z}$ sehr schnell für größer werdene y Werte bemerkbar.

Zur Kontrolle des differentiellen Wirkungsquerschnittes der Gl. (90) wurde dieser wieder zum totalen Wirkungsquerschnitt aufintegriert. In dieser Kontrollintegration ist zu beachten, dass die obere Grenze in $\int_0^1 dy \frac{d\sigma}{dy}$ nicht wirklich exakt 1 ist. Der Grund hierfür ist, dass die Massen der SUSY Teilchen im Gegensatz zu den Quarkmassen nicht vernachlässigt worden sind und in der Kinematik berücksichtigt werden müssen. Ein einfacher Weg dies zu tun und gleichzeitig

¹¹Es gilt $Q^2 = xys$, wobei \sqrt{s} Schwerpunktsenergie und x übertragender Impulsbruchteil vom Nukleon.

noch alternativ zu E x_{min} festzulegen ist für jedes (x, y) Paar $\cos(\theta_{CM})$ über

$$y = \frac{p_2 \cdot (q)}{p_1 \cdot p_2} = \frac{p_2 \cdot (k_2 - p_2)}{p_1 \cdot p_2} = \frac{0 + p_2 \cdot k_2}{p_1 \cdot p_2} = \frac{P_1 |\vec{P}_2| (1 - \cos(\theta_{CM}))}{p_1 \cdot p_2} \quad (93)$$

$$\Rightarrow \cos(\theta_{CM}) = 1 - \frac{p_1 \cdot p_2 y}{P_1 |\vec{P}_2|} = 1 - \frac{(E_1 + P_1) y}{|\vec{P}_2|} \quad (94)$$

zu bestimmen und für alle (x, y) Paare für die $\cos(\theta_{CM}) < -1$ gilt die entsprechenden Integralbeiträge in der Integration über y null zu setzen. Denn physikalisch möglich sind nur Winkel $\cos(\theta_{CM}) \in [-1, +1]$.

Die Berücksichtigung der Massen der SUSY Teilchen über (94) ist auch der Grund für den unterschiedlichen Verlauf der Neutrino- und Neutralinokurven in Abbildung 20. Dies wird deutlich, wenn wir die Massen von $H\tilde{2}$ auf null setzen. Hiermit bekommen wir beispielsweise für eine Energie von 10^6 GeV die differentiellen Wirkungsquerschnittskurven der Abbildung 21. In dieser stimmen die qualitativen Verläufe der Neutrino- und Neutralinokurven überein.

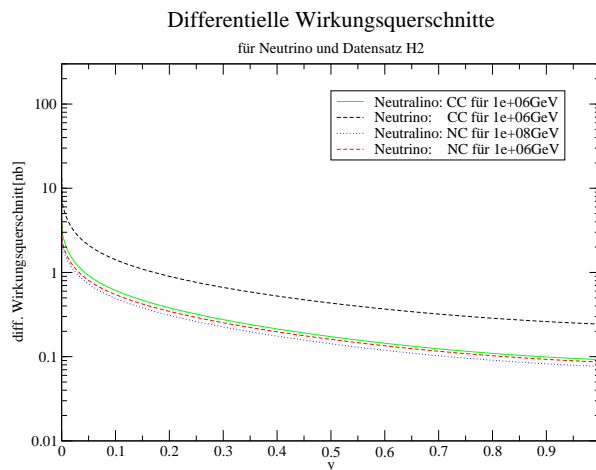


Abbildung 21: Differentielle Wirkungsquerschnitte für neutrale und geladene Flüsse, hierbei wurden die Massen der SUSY Teilchen auf Null gesetzt.

4.2 Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im s-Kanal

Eine Besonderheit in der Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnitt für $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im s-Kanal besteht darin, dass wir nur die Möglichkeit haben auf den totalen Wirkungsquerschnitt desselbigen zurückzugreifen, da in Kapitel 2.1 bei der Bestimmung des letzteren die Breit-Wigner Formel verwendet wurde. Somit bleibt uns die Möglichkeit verwehrt von einem allgemeineren Ansatz wie Gl.(237) im Falle des t-Kanals auszugehen und die gesuchte differentielle Beziehung direkt ablesen zu können.

Im Folgenden gehe ich von einem Bino-artigen Neutralino aus. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da in mSUGRA, vergleiche mit [51], fast im gesamten Parameterraum dieser Fall vorliegt. Damit können rechtshändige Squarks maximal mit dem Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ koppeln und der Prozess

$\tilde{\chi}_1^\circ q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR}$ dominiert im direkten Vergleich mit $\tilde{\chi}_1^\circ q_i \rightarrow \tilde{q}_{iL}$. Im weiteren gilt für ein Gauginoartiges Neutralino unter der Annahme erhaltener R-Parität für das Verzweigungsverhältnis eines rechtshändigen Squarks¹² $B(\tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i) \approx 1$, siehe auch [44], mit der erwähnten Dominanz des Prozesses $\tilde{\chi}_1^\circ q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR}$. Somit können wir näherungsweise für

$$\int_0^1 dy \frac{d\sigma_{lsp}^R(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i, E_y)}{dy} = \sigma^R(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i, E_y) \approx \sigma^{total} \quad (95)$$

den in Kapitel 2.1 hergeleiteten totalen s-Kanal Wirkungsquerschnitt σ^{total} ansetzen. Zusätzlich zu $\sigma^{total}(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow X) \approx \sigma^{total}(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ nehmen wir an, dass wir uns in einem Bezugssystem befinden, wo eine isotrope Winkelverteilung vorliegt und dementsprechend

$$\sigma_0 = \int_{-1}^{+1} d\cos(\theta)^* \frac{\sigma_0}{2} \implies \frac{d\sigma_0}{d\cos(\theta)^*} = \frac{\sigma_0}{2} \quad (96)$$

gilt. Dieses Bezugssystem ist durch das Ruhesystem des Squarks im Prozeß $\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i$ gegeben, es ist identisch mit dem Schwerpunktsystem von $\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i$. Das Letztgenannte muß nun noch auf das Ruhesystem des Nukleons (entspricht dem Laborsystem) geboostet werden. Dieser Schritt ist notwendig, da wir in Gl.(140) $\frac{d\sigma(E_1, y)}{dy}$ bzw.¹³ $\frac{d\sigma(E_1, E_3)}{dE_3}$ stehen haben und somit nur die Energien E_1 , E_3 des einlaufenden bzw. auslaufenden $\tilde{\chi}_1^\circ$ als Größen bekannt sind (beide im Laborsystem!).

Eine in B.2 zu findene Rechnung ergibt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt im Ruhesystem des Nukleons:

$$\frac{d\sigma(E_1, E_3)}{dE_3} = \frac{\sigma_0}{2} \frac{4sxM_N}{(s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2)^2}, \quad (97)$$

hierbei ist \sqrt{s} die Energie im Schwerpunktsystem, M_N die Nukleonmasse und x durch Gl.(24) gegeben. Die Grenzen von E_3 lauten:

$$E_{3min} = \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2 (s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2)}{2sxM_N} \quad (98)$$

$$E_{3max} = \frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2xM_N}. \quad (99)$$

Mit diesen erhalten wir für die Integration über E_3 sofort wieder den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(E_1)_{tot} = \int_{3min}^{3max} \frac{\sigma_0}{2} dE_3 \frac{d\sigma(E_1, E_3)}{dE_3} \quad (100)$$

$$\left(\frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2xM_N} - \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2 (s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2)}{2sxM_N} \right) \frac{\sigma_0}{2} \frac{4sxM_N}{(s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2)^2} \quad (101)$$

$$\left(1 - \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{s} \right) \sigma_0 \frac{s}{(s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2)} = \sigma_0. \quad (102)$$

¹²Wenn das Gluino \tilde{g} schwerer als die Squarks ist, dies ist aber bei den Datensätzen $G1$, $G2$ und $G3$ gegeben.

¹³Über $y = 1 - \frac{E_3}{E_1}$

Die Verteilung (211) ist flach, also unabhängig von E_3 , als Folge der isotropen Winkelverteilung im Squarkruhesystem.

5 Anwendung auf Transportgleichungen

Wie in der Einführung beschrieben wäre das Beobachten aufwärts laufender Luftschauer von hoher Energie das entscheidene Nachweiskriterium für höchstenergetische kosmische Neutralinos. Da diese davor natürlich einen Teil oder die komplette Erde durchlaufen haben, werden wir im folgenden als Anwendung unserer Ergebnisse für die differentiellen Wirkungsquerschnitte die Transportgleichungen von Neutralinos in Materie aufstellen und mit einem einfachen numerischen Verfahren lösen. Nachfolgend wird dies zuerst für den t-Kanal und hiernach anschließend für den s-Kanal getan.

5.1 Transportgleichung für den t-Kanal

Für das Lösen der Transportgleichung im t-Kanal beschränke ich mich in meiner Arbeit aus zwei Gründen auf eine Higgsino-artiges Neutralino, im speziellen auf den Datensatz *H2*: Einerseits hält dies die benötigte Rechenzeit für die numerische Berechnung in einem vertretbaren Rahmen, denn für Gaugino dominierte Datensätze kann das unten beschriebene Lösungsverfahren analog verwendet werden, nur steigt die Anzahl der benötigten auszurechnenden Flußbeiträge um den Faktor¹⁴ 2.6. Andererseits haben wir gesehen, dass für ein Gaugino-artiges Neutralino hauptsächlich der s-Kanal beiträgt, wir also in der Lösung der Transportgleichungen den t-Kanal vernachlässigen können.

Die gebräuchliche, in [52] beschriebene und um regenerative Prozesse erweiterte, siehe beispielsweise [53], Methode, einen Neutrinofluß nach Durchlaufen von Materie zu berechnen, stellt als Ansatz ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem von sogenannten Transportgleichungen auf. Dieses System, übertragen auf den Fall eines Neutralino flußes, sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, X)}{\partial X} &= -\frac{F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, X)}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} + \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_2^\circ}(E, y) F_{\tilde{\chi}_2^\circ}(E, y, X) + \\ &+ \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^\pm}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^\pm}(E, y, X) \end{aligned} \quad (103)$$

$$\frac{\partial F_{\tilde{\chi}_2^\circ}(E, X)}{\partial X} = -\frac{F_{\tilde{\chi}_2^\circ}(E, X)}{\lambda_{\tilde{\chi}_2^\circ}^{dec}(E)} + \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, y, X) \quad (104)$$

$$\frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^\pm}(E, X)}{\partial X} = -\frac{F_{\tilde{\chi}_1^\pm}(E, X)}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\pm}^{dec}(E)} + \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, y, X), \quad (105)$$

$F_{\tilde{\chi}_1^\circ} = \frac{d\Phi_{\tilde{\chi}_1^\circ}}{dE}$, $F_{\tilde{\chi}_2^\circ} = \frac{d\Phi_{\tilde{\chi}_2^\circ}}{dE}$ und $F_{\tilde{\chi}_1^\pm} = \frac{d\Phi_{\tilde{\chi}_1^\pm}}{dE}$ sind hierbei die differentiellen Energiespektren vom leichtesten bzw. zweitleichtesten Neutralino $\tilde{\chi}_{1/2}^\circ$ und des leichtesten Charginos $\tilde{\chi}_1^\pm$. Weiterhin ist $X = X(\theta)$ die von den $\tilde{\chi}_1^\circ$'s durchlaufene Materiedichte¹⁵, die von dem Nadir Winkel des

¹⁴Berechnung von diesem in 5.1.4

¹⁵In Einheiten von $\frac{g}{cm^2}$

einfallenden Flußes ($\theta = 0$ entspricht hierbei einem den ganzen Durchmesser der Erde durchwandernden Teilchenstrom) abhängt. Diese Größe können wir durch die Integration über die Dichte der Erdmaterie $\rho(r)$ entlang des Neutralino Flußpfades L' für einen gegebenen Winkel θ erhalten:

$$X(\theta) = \int_0^L \rho(L') dL' \text{ mit } L = 2R_E \cos(\theta), \quad (106)$$

L ist hierbei die Position des Detektors und $R_E \approx 6371$ km der Radius der Erde. Zudem haben wir die abkürzende Schreibweise E_y für $\frac{E}{1-y}$, die Wechselwirkungslänge $\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)^{-1} = N_A \sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ N}^{tot}(E)$ des Neutralinos mit der Avogadrokonstante $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ g}^{-1}$ und die Zerfallslänge

$$\lambda_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{dec}(E, X) = \frac{E}{m_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}} \frac{1}{\Gamma_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{tot}} \rho_{av}(X) \quad (107)$$

des zweitleichtesten Neutralino $\tilde{\chi}_2^\circ$ bzw. leichtesten Charginos $\tilde{\chi}_1^\pm$. In der letztgenannten Zerfallslänge bezeichnet $\Gamma_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{tot}$ die totale Zerfallsbreite eines ruhenden $\tilde{\chi}_2^\circ$ oder $\tilde{\chi}_1^\pm$ und $\rho_{av}(X)$ stellt die gemittelte Dichte der durchquerten Materie der Erde dar:

$$\rho_{av}(X) = \frac{X}{L(X)} = \frac{X}{2R_E \cos(\theta(X))}.$$

Die restlichen Größen sind durch

$$K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC/CC}(E, y) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ N}^{tot}(E)} \frac{d\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ N \rightarrow \tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm X}^{NC/CC}(E, y)}{dy} \quad (108)$$

$$K_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{dec}(E, y) = \frac{1}{\Gamma_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{tot}(E)} \frac{d\Gamma_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm N \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ X}(E, y)}{dy} \quad (109)$$

$$K_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}(E, y) = \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{dec}(E)} K_{\tilde{\chi}_2^\circ/\tilde{\chi}_1^\pm}^{dec}(E, y), \quad (110)$$

gegeben. Die Größe (109) wird im Abschnitt 5.1.4 berechnet.

Die Form der Gl.(103) spiegelt unsere Ergebnisse von 3.5.2 für ein Higgsino-artiges Neutralino wieder:

Der differentielle Fluß für eine bestimmte Energie E und Tiefe X setzt sich einerseits aus dem negativ eingehenden ersten Term der linken Seite für die Wechselwirkung der Neutralinos mit der Materie (damit einhergehend ihre Umwandlung zu anderen Teilchen) und andererseits aus den beiden rechten Termen für die regenerativen Rückprozesse zusammen. Für die letztgenannten müssen wir nur den Zerfall des zweitleichtesten Neutralinos und des leichtesten Charginos in das leichteste Neutralino $\tilde{\chi}_1^\circ$ berücksichtigen, da alle anderen bei der Wechselwirkung des $\tilde{\chi}_1^\circ$ -Flußes mit Materie entstehenden SUSY Teilchenflüsse, vergleiche mit Abb. 16, um mindestens zwei Größenordnungen kleiner sind und somit vernachlässigt werden können. Deshalb wurde mit Gl.(104) und (105) auch nur für diese beiden SUSY Teilchen die entsprechenden Flüsse berücksichtigt. Für die Form des Ansatzes (103) wurde die vereinfachende Annahme gemacht, dass schwere Neutralinos oder Charginos sofort wieder zerfallen und keinerlei Energieverluste

durch Wechselwirkung mit Materie haben.

Würden wir ein Bino-artiges Neutralino betrachten und würden für dieses die Transportgleichungen im t-Kanal berechnen wollen, so müßten wir hierfür noch zusätzlich regenerative Beiträge analog zu Gl.(104) und (105) von den beiden schwersten Neutralinos $\tilde{\chi}_{3/4}^{\circ}$ und dem schwersten Chargino $\tilde{\chi}_2^{\pm}$ betrachten, also Ansatz (103) entsprechend erweitern. In diesem Fall stände in (103) noch ein Term der Form

$$\frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{NC*}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E_y, X) \quad (111)$$

mit

$$K_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{NC*}(E, y) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\chi}_1^{\circ}N}^{tot}(E)} \frac{d\sigma_{\tilde{\chi}_1^{\circ}N \rightarrow \tilde{\chi}_1^{\circ}X}^{NC*}(E_y, y)}{dy}, \quad (112)$$

der den „direkten“ regenerativen Prozeß zurück in ein Neutralino $\tilde{\chi}_1^{\circ}$ berücksichtigt.

Die gekoppelten Transportgleichungen (103), (104) und (105) können analytisch gelöst werden. Man erhält für den gesuchten Neutralinofluß eine iterative Lösung, für die erste Iteration ergibt sich, nach Übertragen und Erweitern des im Anhang von [53] ausführlich beschriebenen Lösungsweges auf die vorliegende Problemstellung, das Folgende:

$$F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, X) = F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^0(E) \exp\left(-\frac{X}{\Delta_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{(1)}(E, X)}\right) \text{ mit} \quad (113)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{(1)}(E, X) &= \frac{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E)}{1 - Z^{(1)}(E, X)} \text{ wobei } Z^{(1)} = Z_{\tilde{\chi}_2^{\circ}}^{(1)} + Z_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^{(1)} \text{ mit} \\ Z_S^{(1)} &= \frac{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E)}{\lambda_S^{dec}(E)} \int_0^1 dy \int_0^1 dz K_S^{dec}(E, y) K_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{CC}(E_y, z) \lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^{-1}(E_y) \eta_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, y) \eta_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E_y, z) \cdot \\ &\quad \cdot \frac{1}{XD_{\tilde{\chi}_1^{\circ}S}(E_y, E_{yz})} \left[\frac{1}{D_{S\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, E_y)} \left(1 - e^{(-XD_{S\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, E_y))}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{D_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, E_{yz})} \left(1 - e^{(-XD_{\tilde{\chi}_1^{\circ}S}(E, E_{yz}))}\right) \right] \end{aligned} \quad (114)$$

$$\text{wobei } E_{yz} = \frac{E_y}{1-z} = \frac{E}{(1-y)(1-z)} \text{ und}$$

$$\begin{aligned} D_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, E_y) &= \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E_y)} - \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E)} \\ D_{\tilde{\chi}_1^{\circ}S}(E, E_y) &= \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E_y)} - \frac{1}{\lambda_S^{dec}(E)} \\ D_{S\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, E_y) &= -D_{\tilde{\chi}_1^{\circ}S}(E_y, E) \\ \eta_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, y) &= \frac{F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^0(E_y)}{(1-y)F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^0(E)}, \end{aligned}$$

wobei der ursprüngliche kosmische Neutralinofluß vor der Wechselwirkung mit der Erdmaterie als $F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}^0(E) = F_{\tilde{\chi}_1^{\circ}}(E, X=0)$ bezeichnet worden ist und S entweder für ein $\tilde{\chi}_2^{\circ}$ oder $\tilde{\chi}_1^{\pm}$ steht.

Für $F_{\tilde{\chi}_1^0}^0$ werden in meiner Arbeit drei kosmischen Neutralinoflüsse der Form

$$\text{Fluss1: } F_{\tilde{\chi}_1^0}^0(E_{\tilde{\chi}_1^0}) = N_1 E_{\tilde{\chi}_1^0}^{-2} \text{ GeV}^2 \quad (115)$$

$$\text{Fluss2: } F_{\tilde{\chi}_1^0}^0(E_{\tilde{\chi}_1^0}) = N_2 E_{\tilde{\chi}_1^0}^{-1.5} \text{ GeV}^2 \quad (116)$$

$$\text{Fluss3: } F_{\tilde{\chi}_1^0}^0(E_{\tilde{\chi}_1^0}) = N_3 E_{\tilde{\chi}_1^0}^{-1.0} \frac{1}{\left(1 + \frac{E}{10^8 \text{ GeV}}\right)^2} \text{ GeV}^2 \quad (117)$$

mit Normierungsfaktoren N_i , in meiner Arbeit als $N_1 = 2.6 \times 10^{-58}$, $N_2 = 2.6 \times 10^{-62}$ und $N_3 = 1.3 \times 10^{-65}$ gewählt, eingesetzt.

In den Abbildungen 22(a) und 22(b) sind die Ergebnisse des Lösen des gekoppelten Transportgleichungssystems (103), (104) und (105) durch die iterative Lösung (113) für den zweiten und dritten Fluss eines Higgsino-artigen Neutralinos eingezeichnet. Es sind jeweils die ungestörten und die durch die Durchwanderung der Erdmaterie modifizierten differentiellen Energiespektren $F_{\tilde{\chi}_1^0} = \frac{d\Phi_{lsp}}{dE}$ aufgetragen:

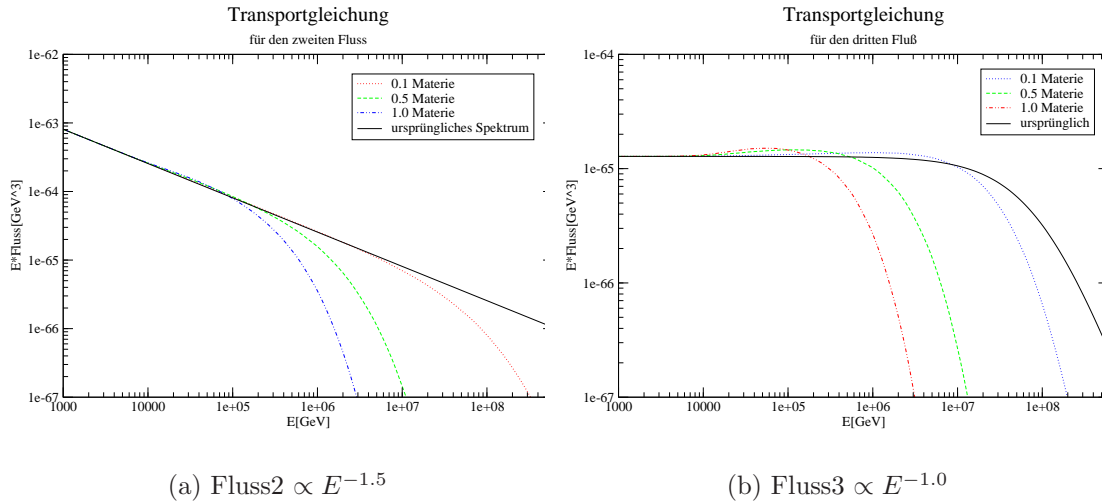


Abbildung 22: Die jeweiligen drei Kurven sind für durchquerte Materie von 0.1, 0.5 und $1.1 \times 2.18 \cdot 10^6 \text{ GeV}^3$

Es ist zu sehen, dass für „niedrige“ Energien bis ungefähr 4000 GeV das Spektrum nicht verändert wird. In diesem Bereich ist der totale Wirkungsquerschnitt der Neutralinos so klein (die Wechselwirkungslänge also so groß), dass selbst für einen kompletten Erdurchlauf die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung mit der durchquerten Materie so gering ist, dass sich dies nicht sichtbar im Spektrum niederschlägt. Dies ändert sich dann je höhere Energien betrachtet werden, denn für diese nimmt die Wechselwirkungslänge eines Neutralinos immer mehr ab. So wird beispielsweise ein Neutralino mit einer ursprünglichen Energie von 10^8 GeV mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit mehrmals mit den Nukleonen der Materie wechselwirken¹⁶ und hierbei

¹⁶Für 10^8 GeV entspricht z.B. für den Datensatz *H2* ein kompletter Erdurchlauf ≈ 18 Wechselwirkungslängen

jeweils Energie verlieren. Dies wird so lange geschehen bis dessen Wechselwirkungslänge wieder so groß wie für die „niedrigen“ Energien ist oder die Erde durchquert wurde.

Um die Güte der durch das Verwenden eines Lösungsverfahrens für die Transportgleichungen erhaltenen Kurvenverläufe beurteilen zu können, überprüfen wir die Flußerhaltung für die Neutralinos. Den wenn wir die Ausgangsgleichung (103) über die Energie integrieren ergibt die rechte Seite null und da auf der linken Seite nichts anders als

$$\int dE \frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^0}(E, X)}{\partial X} = \int dE \frac{\partial}{\partial X} \frac{\Phi_{\tilde{\chi}_1^0}(E, X)}{\partial E} = \frac{\partial}{\partial X} \int dE \frac{\Phi_{\tilde{\chi}_1^0}(E, X)}{\partial E} = \frac{\partial}{\partial X} \Phi_{\tilde{\chi}_1^0}(X) \quad (118)$$

steht, impliziert dies sofort die Flußerhaltung für beliebige Eindringtiefen X .

In Tabelle 4 wurden die ursprünglichen und in Abbildung 5.1 zu sehenden Neutralinoflüsse in den Grenzen von 1000 GeV bis $+\infty$ aufintegriert. Die obere Grenze $+\infty$ ist als ein genügend großer Wert zu verstehen, so dass das Ergebnis der Integration über den ursprünglichen Fluß nur noch ab der dritten Nachkommastelle beeinflusst wird. Somit erreichen wir auch für die Kurven nach Materiewechselwirkung eine Genauigkeit von 2 Nachkommastellen, da der Gesamtfluß hierdurch nur nach links, wie oben beschrieben, verschoben wurde.

Teilchenzahlerhaltung		
Tiefe [$2.18 \times 10^6 \text{ GeV}^3$]	Fluss 2 [$\times 10^{-63} \text{ GeV}^2$]	Fluss 3 [$\times 10^{-64} \text{ GeV}^2$]
0.0	1.62	1.35
0.1	1.62	1.32
0.5	1.59	1.02
1.0	1.55	0.85

Tabelle 3: Alle zwei Flüsse wurden von 1×10^3 GeV bis genügend „groß“, siehe Text, aufintegriert.

In Tabelle 3 können wir ablesen, dass die Flußerhaltung nicht gegeben ist. Im Falle des dritten Flusses fehlt uns beispielsweise nach einer quasi Durchquerung der Erde (ein kompletter Erddurchlauf läge für $1.1 \times 2.18 \cdot 10^6 \text{ GeV}^3$ vor) 37% des anfänglichen Neutralinoflusses.

Das Problem liegt darin, dass wir für den Lösungsansatz von [52] oder [53] eine iterative Lösung erhalten. Die erste Iteration (113) kann zwar im Rahmen eines wenigen % Fehlers wie in [52] ausreichend sein, ist aber schon für den Ansatz von [53] nicht mehr genügend genau. Die letztgenannte Arbeit hat einen Fehler von ca. 25% in der Flußerhaltung des obigen Beispiels des dritten Flusses nach einer kompletten Erddurchquerung. Die höhere Abweichung von 37% im Falle eines Neutralinoflusses ist verständlich, da in Fall von [53] nur ein regenerative Prozeß vorliegt, $\tau \rightarrow \nu_\tau$, sich also auch $Z^{(1)}$ zu $Z^{(1)} = Z_\tau^{(1)}$ vereinfacht. Folglich liegen im unseren Fall zwei mit Fehlern behaftete Größen $Z_{\tilde{\chi}_2^0}^{(1)} + Z_{\tilde{\chi}_1^\pm}^{(1)}$ vor. Die theoretische Möglichkeit den nächsten Iterationsschritt auszuführen, um hierdurch ein genaueres Ergebnis zu erhalten, kann, aus dem Grund einer dann nicht mehr vertretbaren benötigten Rechenzeit, nicht wahrgenommen werden. Aus diesem Grund lösen wir die Transportgleichungen im Folgenden durch ein numerisches Verfahren.

5.1.1 Ansatz

Wir wählen ein sehr einfaches, aber wie wir später sehen werden ausreichendes, numerisches Verfahren; eine Taylor-Entwicklung:

$$F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, x + dx) = F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, x) + \frac{dx}{1!} \frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, x)}{\partial X} + \dots \quad (119)$$

Die benötigte Ableitung $\frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, x)}{\partial X}$ ist durch die Transportgleichung an sich gegeben und der Startpunkt ist $X = 0$ mit der benötigten Anfangsbedingung bzw. -fluß des ungestörten kosmischen Neutralino flußes. Als Schrittweite wurde 20% einer Wechselwirkungslänge $\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)^{-1}$ eines Neutralinos in Materie gewählt.

Das gekoppelte Transportgleichungssystem (103),(104) und (105) für den Neutralino fluß $F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, X)$ wird für die Verwendung in einer Taylorentwicklung umgeschrieben bzw. entkoppelt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, X)}{\partial X} = & -\frac{F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E, X)}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} + \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E_y, X) + \\ & + \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^\circ}(E_y, X), \end{aligned} \quad (120)$$

die Zerfallskerne sind diesmal durch

$$K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(E, y) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{tot}(E)} \frac{d\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_2^\circ + X \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + Y, E_y)}{dy} \quad (121)$$

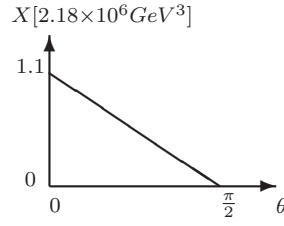
$$K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(E, y) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{tot}(E)} \frac{d\sigma_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm + X \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + Y, E_y)}{dy} \quad (122)$$

gegeben.

Die beiden rechten Terme von Gl.(120) stehen wieder für die regenerativen Rückprozesse eines Gaugino-artigen Neutralinos, also der Zerfall des zweitleichtesten Neutralinos und des leichtesten Charginos in das $\tilde{\chi}_1^\circ$, diesmal jedoch als Reaktionsskette mit dem Neutralino als Ausgangspunkt geschrieben. In den folgenden Abschnitten 5.1.2, 5.1.3 und 5.1.4 werden kurz die benötigten Größen $X = X(\theta)$, $K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{NC}(E, y)$ und $K_{\tilde{\chi}_1^\circ}^{CC}(E, y)$ hergeleitet und in Abschnitt 5.1.5 sind die numerischen Ergebnisse für die drei Neutralino fluße (115), (116) und (117) zusammengestellt.

5.1.2 $X = X(\theta)$

Die durchquerte Erdmaterie X in Abhängigkeit vom Nadir Winkel θ ist, vergleiche mit [54], vereinfacht durch eine lineare Funktion gegeben:



D.h ein die Erde durchquerendes Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ kann im Bereich $X \in (0, 2.398 \times 10^6 \text{ GeV}^3]$ liegen.

5.1.3 $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{NC}(E, y)$ und $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC}(E, y)$

Um $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{NC}(E, y)$ bzw. $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC}(E, y)$ berechnen zu können müssen wir zwei aufeinanderfolgende Prozesse kombinieren: In einem ersten Schritt wechselwirkt das die Erde durchquerende Neutralino über ein Z oder W^\pm Boson mit den Nukleonen der Materie und wir erhalten als dominierende Beiträge der SUSY Teilchen das zweitleichteste Neutralino oder das leichteste Chargino. Die letzteren Teilchen zerfallen dann in einem zweiten Schritt sofort wieder in Materie. Beide Prozesse können durch eine Faltung miteinander verbunden werden, hierbei bietet es sich an statt y die Variable $z = 1 - y$ zu verwenden:

$$\frac{d\sigma(E_{in}, z)}{dz} = \frac{d\sigma(E_{in}, z_1)}{dz_1} \otimes \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(E_2, z_2)}{dz_2} \quad \text{für} \quad \boxed{0 \leq z, z_1, z_2 \leq 1} \quad (123)$$

$$= \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2 \delta(z - z_1 z_2) \frac{d\sigma(E_{in}, z_1)}{dz_1} \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(E_2, z_2)}{dz_2} \quad (124)$$

$$= \int_z^1 \frac{dz_1}{z_1} \frac{d\sigma(E_{in}, z_1)}{dz_1} \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(z_1 E_{in}, \frac{z}{z_1})}{dz_2}, \quad (125)$$

E_{in} ist die Energie des einlaufenden $\tilde{\chi}_1^0$, E_2 steht für die Energie des $\tilde{\chi}_1^\pm$ oder $\tilde{\chi}_2^0$ und E_{out} verkörpert die Energie des aus $\tilde{\chi}_1^\pm$ oder $\tilde{\chi}_2^0$ entstehenden Zerfallsneutralinos $\tilde{\chi}_1^0$. Hiermit erhalten wir im geeigneten Bezugssystem $z = \frac{E_{out}}{E_{in}}$, $z_1 = \frac{E_2}{E_{in}}$ und $z_2 = \frac{E_{out}}{E_2}$.

Folglich beschränkt sich unsere Aufgabe die Größen $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{NC}(E, y)$, $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC}(E, y)$ zu berechnen darauf die normierte differentielle Zerfallsbreite $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(z_1 E_{in}, \frac{z}{z_1})}{dz_2}$ zu finden, der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma(E_{in}, z_1)}{dz_1}$ wurde bereits in Kapitel 4.1 berechnet.

$$5.1.4 \quad \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(z_1 E_{in}, \frac{z}{z_1})}{dz_2}$$

$$\begin{array}{ccc} & \tilde{\chi}_1^\circ, p_3 & p_3 \\ & & \\ \tilde{\chi}_2^\circ / \tilde{\chi}_1^\pm, p_1 & & \\ & f', p_2 & \text{bzw.} \\ & & p_2 \\ & f, p_4 & p_4 \quad p_1 = p_2 + p_3 + p_4 \end{array} \cdot$$

Startpunkt für diese Berechnung ist ein ruhendes Neutralino $\tilde{\chi}_2^\circ$ oder Chargino $\tilde{\chi}_1^\pm$, der Ansatz ist wieder Gl.(145), aber im Gegensatz zum s-Kanal liegt diesmal ein 3-Körper Zerfall vor:

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \frac{1}{2m_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_2} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_4} \delta^{(4)}(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) |\mathcal{M}|^2, \quad (126)$$

hierbei ist m_1 die Masse des zerfallenden Teilches. Dies führt, siehe C.1, auf den folgenden Ausdruck für die differentielle Zerfallsbreite in Bezug auf die Energie E_3 des nach dem Zerfall auslaufenden Neutralinos $\tilde{\chi}_1^\circ$ der Masse m_3 :

$$\frac{d\Gamma}{dE_3} = \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} \int_{E_4^-}^{E_4^+} dE_4 |\mathcal{M}|^2, \quad (127)$$

die Grenzen der Integration über E_4 sind durch

$$E_4^\pm = \frac{-m_3^2 - m_1^2 + 2m_1 E_3}{-2m_1 + 2E_3 \mp 2\sqrt{E_3^2 - m_3^2}} \quad (128)$$

gegeben. Die im Betragsquadrat des Matrixelementes $|\mathcal{M}|$ vorkommenden Linearkombinationen von 4-er Impulsen

- $p_4 \cdot p_3 \quad p_1 \cdot p_2$
- $p_2 \cdot p_3 \quad p_1 \cdot p_4$
- $p_4 \cdot p_2$

lassen sich hierbei als

$$p_4 \cdot p_3 \quad p_1 \cdot p_2 = m_1 E_2 \left(m_1^2 - m_3^2 - 2m_1 E_2 \right) \frac{1}{2}, \quad (129)$$

$$p_2 \cdot p_3 \quad p_1 \cdot p_4 = m_1 E_4 \left(m_1^2 - m_3^2 - 2m_1 E_4 \right) \frac{1}{2} \text{ und} \quad (130)$$

$$p_4 \cdot p_2 = \left(m_1^2 + m_3^2 - 2m_1 E_3 \right) \frac{1}{2}. \quad (131)$$

schreiben. E_2 ist infolge der Energieerhaltung als $E_2 = m_1 - E_3 - E_4$ gegeben. Hiermit läßt sich die Integration über E_4 sehr einfach analytisch ausführen. Die totale Zerfallsbreite Γ können wir nun einfach mit einer Integration über die Energie des auslaufenden $\tilde{\chi}_1^0$

$$\Gamma = \int_{E_{3min}}^{E_{3max}} dE_3 \quad (132)$$

in den Grenzen

$$E_{3min} = m_1 \quad (133)$$

$$E_{3max} = \frac{m_1^2 + m_3^2}{2m_1} \quad (134)$$

berechnen. Einzelheiten der Herleitung der Grenzen sind in C.1 zu finden.

Noch eine kleine Anmerkung zu $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC}(E, y)$: Ich habe bisher immer von dem Einzelbeitrag des totalen Wirkungsquerschnittes des leichtesten Charginos gesprochen. Dieser setzt sich jedoch aus auslaufenden $\tilde{\chi}_1^+$ und $\tilde{\chi}_1^-$ zusammen. D.h. $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC}(E, y)$ setzt sich dementsprechend aus zwei Beiträgen, $K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC+}(E, y) + K_{\tilde{\chi}_1^0}^{CC-}(E, y)$, zusammen. Somit müssen wir auch $\frac{d\sigma(E_{in}, z_1)}{dz_1}$ jeweils für die negativ und positiv geladenen Charginos separat berechnen. Hiermit ergibt sich auch der Faktor $2\bar{6}$ für den Unterschied in der benötigten Rechenzeit zwischen einem Datensatz mit einem Gaugino- und Higgsino-artigen Neutralino (8 zu 3) im t-Kanal.

Das Ergebnis (127) gilt bisher nur im Ruhesystem des Partikels der zerfällt. Da wir jedoch eine Reaktionskette vorliegen haben, hat dieser eine beliebige, zu verstehen als erlaubte im Rahmen der Gesamtkinematik, Energie E_1 . Folglich müssen wir in einem zweiten Schritt das Ruhesystem boosten. Das Ergebnis hiervon, siehe C.2, ist:

$$\frac{d\Gamma}{dE_3} = \int_{E_{3min}^*}^{E_{3max}^*} dE_3^* \frac{m_1}{E_1} \frac{1}{\beta \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}} \frac{1}{16m_1 (2\pi)^3} \int_{E_4^-}^{E_4^+} dE_4 |\mathcal{M}|^2, \quad (135)$$

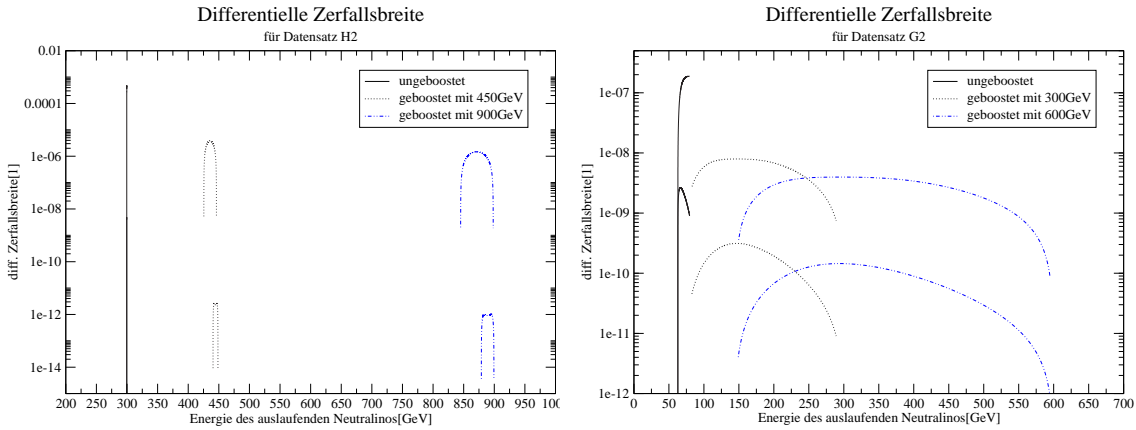
in den Grenzen

$$E_{3min} = + \frac{\gamma (\beta (m_3^2 - m_1^2) + m_3^2 + m_1^2)}{2m_1} \quad (136)$$

$$E_{3max} = - \frac{\gamma (\beta (m_3^2 - m_1^2) - m_3^2 - m_1^2)}{2m_1}, \quad (137)$$

wobei die gesternten * Größen die des Ruhesystems und die ungesterten die des geboosteten sind mit $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ bzw. $\gamma = \frac{E_1}{m_1}$.

Die Ergebnisse (127) und (135) angewandt auf die Datensätze $G2$ und $H2$ führen auf die in Abbildung 5.1.4 zu sehenden Kurvenläufe.



(a) Datensatz $H2$, neutraler und geladener Anteil des ungeboosteten Teilchen liegen übereinander.

(b) Datensatz $G2$

Abbildung 23: Zerfallsbreiten im geboosteten und ungeboosteten System unterteilt in die Beiträge für neutrale und geladene Anteile, die geladenen Beiträge sind immer die höheren Kurven. Der geladene Partikel ist ein positiv geladenes Chargino

Für die ungeboosteten Anteile sieht man deutlich, dass die Kinematik, die sich in den Grenzen (133), (134) widerspiegelt, die erlaubten Energien E_3 stark einschränkt. Der erlaubte Bereich wird alleine durch die Massenunterschiede des $\tilde{\chi}_1^0$ zum $\tilde{\chi}_2^+$ bzw. $\tilde{\chi}_2^0$ bestimmt. Da diese im Fall von $H2$ sehr klein sind, siehe Tabelle 8, bekommen wir hier in einer logarithmischen Darstellung nur einen Peak mit einer sehr kleinen Breite in x-Richtung. Die Form der geboosteten Komponenten spiegelt die Grenzen (137), (137) wieder, auch hier rührt der relativ kleine zugelassene Energiebereich von den geringen Massenunterschieden der beteiligten SUSY Teilchen her. Im Falle sehr hoher Boostenergien, vergleiche mit der Abschlußbemerkung in C.2, vereinfachen sich die Grenzen (137) und (137) zu:

$$E_{3min} = \frac{m_3^2}{m_1^2} E_1 \quad (138)$$

$$E_{3max} = E_1, \quad (139)$$

an diesen sind die unteren und oberen Energiegrenzen der geboosteten Komponenten aus den Abbildung 23(a) und 23(a) besser ablesbar.

Für $G2$ sind die Massendifferenzen, vergleiche wieder mit Tabelle 8, größer, dementsprechend sind alle Kurven deutlich breiter.

5.1.5 Beurteilung

In den Abbildungen 24(a), 24(b) und 24(c) sind die Ergebnisse des Lösens der Transportgleichungen durch Ansatz (119) mit Hilfe der Ergebnisse aus 4.1, 5.1.2 und 5.1.4 eingezeichnet.

Für die drei kosmische Neutralflüsse (115), (116) und (117) sind jeweils das ungestörte und die durch die Durchwanderung der Erdmaterie modifizierten differentiellen Energiespektren $F_{\chi_1^0} = \frac{d\Phi_{\chi_1^0}}{dE}$ aufgetragen.

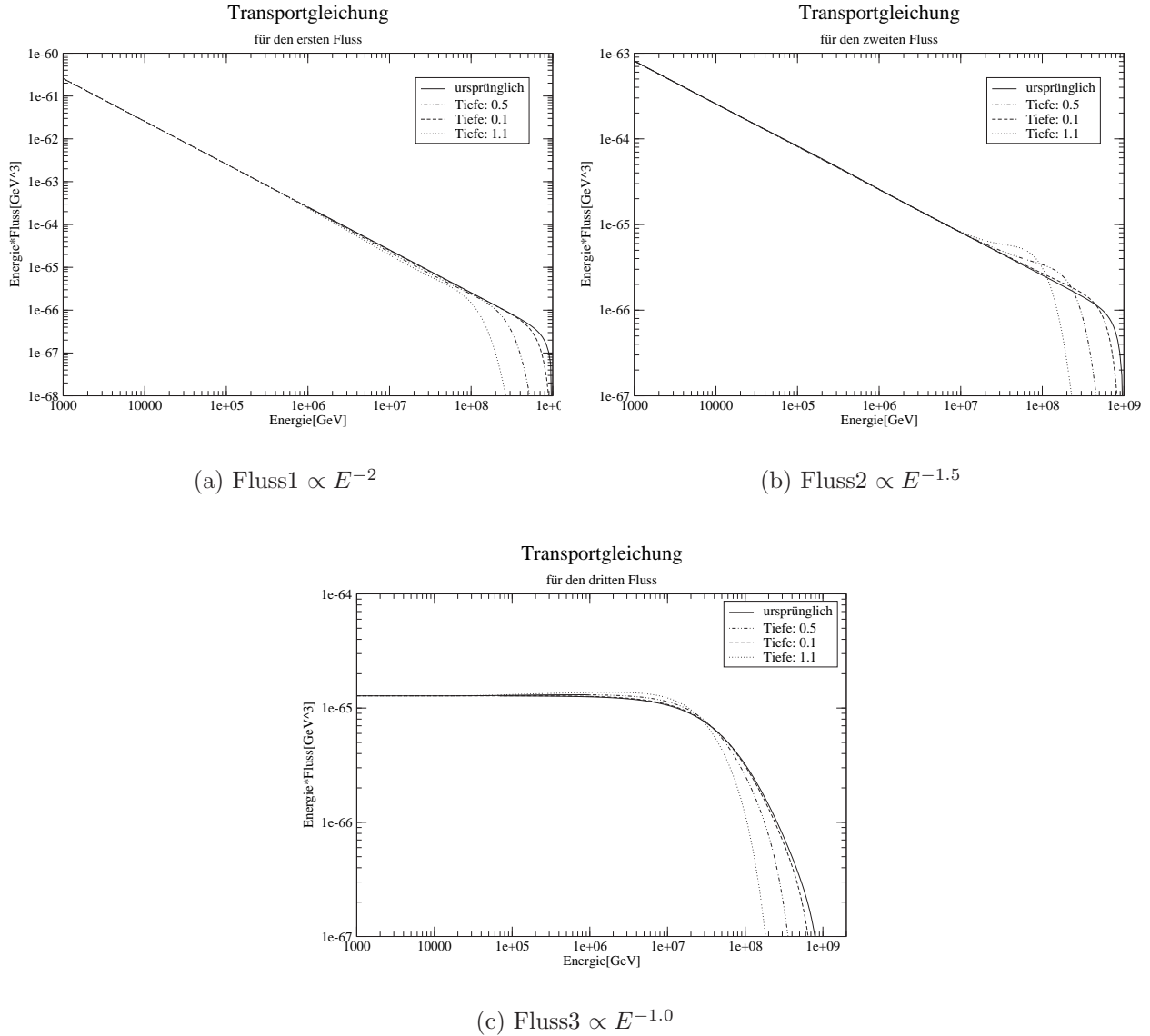


Abbildung 24: Die jeweiligen drei Kurven sind für durchquerte Materie von 0.1, 0.5 und $1.1 \times 2.18 \cdot 10^6$ GeV³

Die Kontrolle der unter Verwendung des Datensatzes *H2* erhaltenen Kurvenverläufe findet wieder durch Überprüfung der Flusserhaltung statt, die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zu finden:

Teilchenzahlerhaltung			
Tiefe [$2.18 \times 10^6 \text{ GeV}^3$]	Fluss1 [$\times 10^{-63} \text{ GeV}^2$]	Fluss2 [$\times 10^{-63} \text{ GeV}^2$]	Fluss3 [$\times 10^{-64} \text{ GeV}^2$]
0.0	2.559	1.617	1.345
0.1	2.561	1.617	1.349
0.5	2.561	1.619	1.362
1.1	2.561	1.621	1.374

Tabelle 4: Alle drei Flüsse wurden von $1 \times 10^3 \text{ GeV}$ bis $1 \times 10^9 \text{ GeV}$, siehe Text, aufintegriert.

Hierbei wurde diesmal der ursprüngliche Neutralinofluß für eine Energie von $E_{cut} = 10^9 \text{ GeV}$ mit einem Schnitt der Form $(1 - (\frac{E}{E_{cut}})^4)$ versehen und demzufolge für Energien über E_{cut} auf Null gesetzt. Die Flüsse wurden somit jeweils in den Grenzen 1000 GeV bis 10^9 GeV aufintegriert.

An den Ergebnissen für die Flußerhaltung sehen wir, dass die Lösung der Transportgleichung über die Taylor-Entwicklung (119) mit guten Ergebnissen möglich ist. Wir haben zwar für alle drei Flüsse keine perfekte Flußerhaltung vorliegen, aber die größte Abweichung liegt für den dritten Fluß bei 2.2% nach einer kompletten Durchquerung der Erde. Im Vergleich zu den 37% für die iterative Lösung von Gl. (113) ist dies ein guter Wert, besonders unter dem Gesichtspunkt, dass wir ein sehr einfaches numerisches Lösungsverfahren verwendet haben. An den Größen der Fehler in der Flußerhaltung von Tabelle 4 können wir erstens noch ablesen, dass diese größer werden je mehr der Erdmaterie durchquert worden ist. Dies ist aber verständlich, denn jeder ausgeführte Schritt dx in der Taylorentwicklung ist mit einem kleinen Fehler behaftet und diese summieren sich für jeden hintereinander ausgeführten Schritt weiter auf. Zweitens fällt auf, dass die Fehler für flachere Flüsse größer werden, aber hier tragen die Bereiche wo sich das Flußspektrum im Vergleich zum Ursprungsfluß geändert hat auch deutlich mehr zu dem Ergebnis der Integration bei. Dadurch machen sich die Fehler der Taylorentwicklung auch stärker bemerkbar.

5.2 Transportgleichungen für den s-Kanal

Die für den t-Kanal verwendete Lösungsmethode über eine Taylorentwicklung können wir nun analog auf den s-Kanal übertragen. Hierbei schränken wir uns, mit der Begründung aus 4.2, auf ein Gaugino-artiges Neutralino, Datensatz *G1*, ein. Dieses können wir im folgenden gleichzeitig für einen sehr einfachen Ansatz der Transportgleichung nutzen.

5.2.1 Ansatz

Der Ansatz zur Lösung der Transportgleichung lautet diesmal:

$$\frac{\partial F_{\tilde{\chi}_1^0}(E, X)}{\partial X} = -\frac{F_{\tilde{\chi}_1^0}(E, X)}{\lambda_{lsp}(E)} + \frac{1}{\lambda_{\tilde{\chi}_1^0}(E)} \int_0^1 \frac{dy}{1-y} K_{\tilde{\chi}_1^0}^R(E, y) F_{\tilde{\chi}_1^0}(E_y, X), \quad (140)$$

mit dem Zerfallskern:

$$K_{\tilde{\chi}_1^0}^R(E, y) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\chi}_1^0}^{tot}(E)} \frac{d\sigma_{\tilde{\chi}_1^0}^R(\tilde{\chi}_1^0 + q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + q_i, E_y)}{dy}. \quad (141)$$

Der erste Term auf der linken Seite von Gl.(140) beschreibt analog zum t-Kanal die Wechselwirkung der $\tilde{\chi}_1^0$'s mit Materie und der rechte Term stellt wiederum den regenerativen Beitrag dar. Gl.(141) spiegelt unsere Annahme einer Gaugino dominierten Neutralinomischung mit

$$\sigma_{\tilde{\chi}_1^0}^R(\tilde{\chi}_1^0 + q_i \rightarrow \tilde{q}_{iR} \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + q_i, E_y) = \sigma_{\tilde{\chi}_1^0}^{total}$$

wieder. D.h. in diesem Fall brauchen wir außer dem differentiellen Wirkungsquerschnitt aus 4.2 keinerlei zusätzliche Größen wie $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(z_1 E_{in}, \frac{z}{z_1})}{dz_2}$ im Fall des t-Kanals.

5.2.2 Beurteilung

Die mit Hilfe von Ergebnis (211) numerisch ausgerechneten Ergebnisse für die Transportgleichungen bei Verwendung des Datensatzes *G1* sind in den Abbildungen 25(a), 25(b) und 25(c) aufgetragen. Es wurden wieder die kosmischen Neutralinoflüsse (115), (116) und (117) als Ausgangsspektren verwendet.

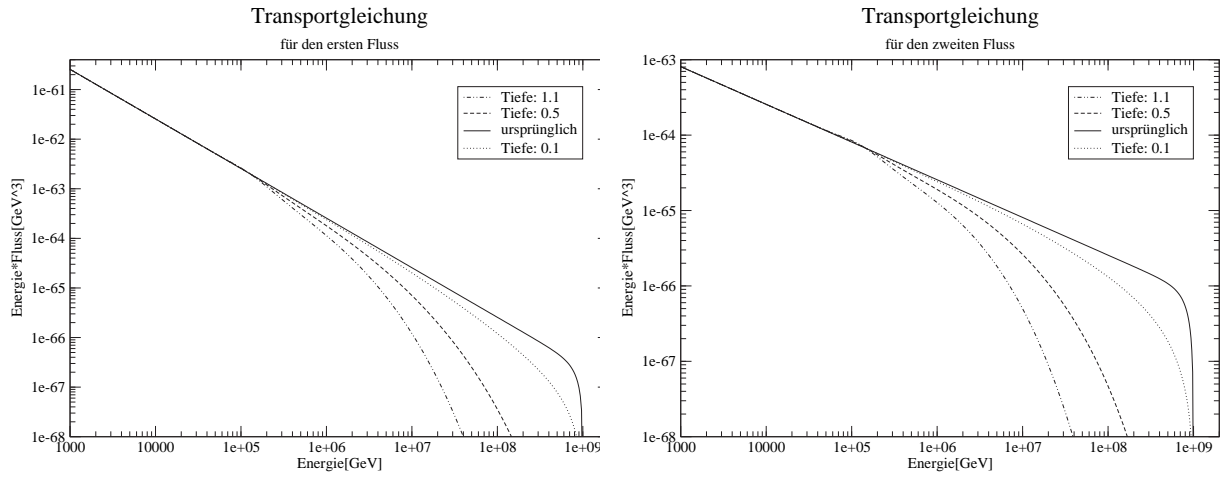
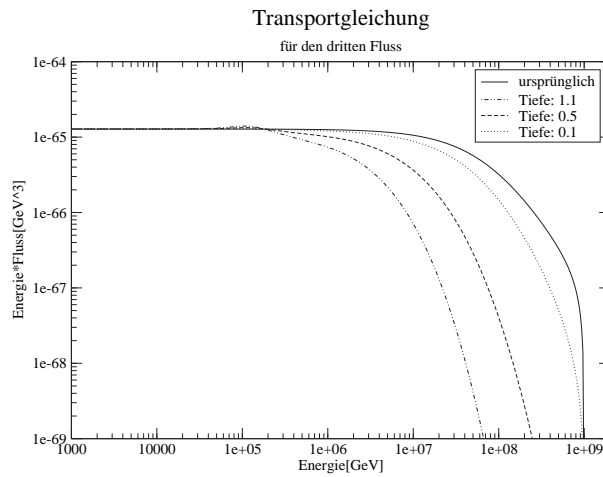
(a) Fluss1 $\propto E^{-2}$ (b) Fluss2 $\propto E^{-1.5}$ (c) Fluss3 $\propto E^{-1.0}$

Abbildung 25: Die jeweiligen drei Kurven sind für durchquerte Materie von 0.1, 0.5 und $1.1 \times 2.18 \cdot 10^6 \text{ GeV}^3$

In Tabelle 5 sind die drei Ursprungsflüsse in den Grenzen 1000 bis 10^9 GeV , also der analoge obere Schnitt wie beim t-Kanal, integriert worden.

Teilchenzahlerhaltung			
<i>Tiefe</i> $[2.18 \times 10^6 \text{ GeV}^3]$	<i>Fluss1</i> $[\times 10^{-61} \text{ GeV}^2]$	<i>Fluss2</i> $[\times 10^{-63} \text{ GeV}^2]$	<i>Fluss3</i> $[\times 10^{-64} \text{ GeV}^2]$
0.0	2.559	1.617	1.345
0.1	2.558	1.606	1.270
0.5	2.556	1.582	1.061
1.1	2.554	1.562	0.934

Tabelle 5: Alle drei Flüße wurden von 10^3 GeV bis 1×10^9 GeV integriert.

Wir sehen, dass die Flusserhaltung für den flachesten Fluß stark verletzt wurde. Hier kommt es zu einem Verlust von 30.6% im Vergleich zum ursprünglichen Spektrum. Für die ersten beiden Flüße ist die Flußerhaltung jedoch wieder gut gegeben, hier haben wir für den zweiten Fluß einen maximalen Verlust von 3.5% im direkten Vergleich mit dem Ursprungsspektrum.

Im unmittelbaren Vergleich zwischen den Abbildungen 24(a)-24(b) und 25(a)-25(b) erkennen wir, dass trotz des deutlichst kleineren totalen Wirkungsquerschnittes Bino-artiger Neutralinos der Effekt des Durchlaufens der Erde bei diesen größer ist als bei Higgsino-artigen Neutralinos. Dies macht sich durch die deutlich stärkere Verschiebung des Neutralinospektrum nach links, im Wortsinne von 5.1, bemerkbar. Der Grund hierfür sollte die deutlich flachere y -Verteilung für die s-Kanal Prozesse sein.

Dadurch machen sich aber auch die Fehler in unserem Lösungsverfahren über eine Taylor-Entwicklung spürbar stärker bemerkbar, denn der Teil des Spektrums, der nach dem Durchqueren der Erde höher ist als der ursprüngliche Fluß, liegt somit bei deutlich kleineren Energien. Je kleiner die Energie aber ist, desto größer ist der dazugehörige Fluß und damit ist die Gewichtung dieses Flußes und seiner Fehler auch in der Integration für die Flußerhaltung höher. Somit liefert unserer derzeitiges Lösungsverfahren für Flüße $\propto E^{-\zeta}$ die steiler als ungefähr $\zeta = 1.5$ sind noch ausreichend genaue Ergebnisse im s-Kanal, für flachere Flüße $\zeta < 1.5$ sollte dieses aber noch verfeinert werden.

6 Zusammenfassung

Die Beobachtung höchstenergetischer kosmischer Neutralinos wäre ein Nachweis für X-Teilchen aus Top-Down Modellen und Supersymmetrie. Da wir jedoch gleichzeitig einen Hintergrund aus höchstenergetischen Neutrinos vorliegen haben, wurde in dieser Arbeit gezeigt, dass es möglich ist für Gaugino-artige Neutralinos die Materie der Erde als Filter zu nutzen. Hierfür wurden die totalen Wirkungsquerschnitte der Wechselwirkungen eines höchstenergetischen Neutralinos in Materie untersucht. Diese sind durch Neutralino-Quark Prozesse im s- und t-Kanal, Neutralino-Elektron Prozesse im s-Kanal und Neutralino-Gluon Prozesse im t-Kanal gegeben.

Da eine mögliche Detektierung kosmischer Neutralinos über aufwärts laufende Luftschauer hoher Energie ($E > 10^5$ GeV) erfolgen würde, ist es nur folgerichtig die Transportgleichungen eben jener in Materie näher zu betrachten. Denn die die Luftschauer auslösenden höchstenergetischen Neutralinos müssen davor ein Teil oder auch die komplette Erde durchquert haben. Deshalb wurden für die Neutralino-Quark Prozesse im s- und t-Kanal in dieser Arbeit die Transportgleichungen aufgestellt und gelöst.

A Totale Wirkungsquerschnitte

A.1 $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ im s-Kanal

Um auf das Ergebnis der Gl.(15) zu kommen gehe ich von der von der Breit-Wigner Formel, siehe [55],

$$\sigma(s)_P = \frac{4\pi}{|\vec{P}_1|^2} \frac{(2J+1)}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \frac{s\Gamma(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ)\Gamma_{\tilde{q}_i}(\tilde{q}_i \rightarrow X)}{(s - m_{\tilde{q}_i}^2)^2 + m_{\tilde{q}_i}^2\Gamma_{\tilde{q}_i}^2(\tilde{q}_i \rightarrow X)} \quad (142)$$

aus. s_1, s_2 sind hierbei die Spins der einfallenden Teilchen, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$ für ein Neutralino und ein Quark und J der Gesamtspin der Resonanz, in unserem Fall eines Squarks null. Einsetzen dieser Spinwerte ergibt sofort die Gl.(14).

Nun können wir, da die Zerfallsbreiten der Squarks \tilde{q}_i klein gegenüber ihren Massen sind, in einem ersten Schritt die Narrow Width Näherung

$$\frac{1}{(p^2 - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} \xrightarrow{\Gamma \rightarrow 0} \frac{\pi}{m\Gamma} \delta(p^2 - m^2) \quad (143)$$

anwenden. Dies führt auf den folgenden Ausdruck für den totalen Parton Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(s)_P = \pi \frac{1}{|\vec{P}_1|^2} \frac{s\pi}{m_{\tilde{q}_i}} \Gamma(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ) \delta(s - m_{\tilde{q}_i}^2). \quad (144)$$

$\Gamma(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ)$ wird nun gemäß [48] mit dem Ansatz

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_A} \left(\prod_f \frac{d^3p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_f} \right) |\mathcal{M}(m_A \rightarrow \{p_f\})|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A - \sum p_f) \quad (145)$$

ausgerechnet. m_A ist hierbei die Masse, p_A der 4-Impuls des zerfallenden Partikels, p_f der 4-er Impuls, E_f die Energie der Zerfallspartikel.

Eine kurze Rechnung für zwei Zerfallspartikel mit den 4-er Impulsen p_1 und p_2 im Schwerpunkssystem ergibt:

$$\Gamma = \frac{1}{2m_A} \frac{1}{4\pi} \frac{|\vec{P}_1|}{E_{CM}} |\mathcal{M}(m_A \rightarrow \{p_f\})|^2 \quad (146)$$

E_{CM} ist die Gesamtenergie im Schwerpunkssystem und \vec{P}_1 die vektorielle Komponente von p_1 . Die Masse des Quarks ist hierbei vernachlässigt worden.

Die Amplitude $\mathcal{M}(m_A \rightarrow \{p_f\})$ ist in unserem Fall einfach $\mathcal{M}(\tilde{q}_i \rightarrow q_i + \tilde{\chi}_1^\circ)$ und ergibt sich nach Aufstellung des Feynman-Diagramms

$$\begin{array}{c} p_1, \tilde{\chi}_1^\circ \\ \tilde{q}_i \\ p_2, q_i \end{array}$$

und der Benutzung der Vertexfaktoren aus [39] zu:

$$-i\mathcal{M} = -\bar{v}(p_1) [G_{3s1}^{uL} P_L + G_{3s1}^{uR} P_R] u(p_2) . \quad (147)$$

Berechnet man nun das quadrierte Matrixelement, summiert über die Ausgangspins, die Mittelung über die Eingangspins ist schon in der Breit-Wigner Formel explizit enthalten, ergibt sich:

$$\frac{1}{4} \sum_{s,s'} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{4} (m_{\tilde{q}_i}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2) [|G_{3s1}^{uL}|^2 + |G_{3s1}^{uR}|^2] \quad (148)$$

Mit Hilfe des letztgenannten Ergebnisses, den genauen Definitionen von p_1, p_2 im Schwerpunktsystem und der Faltung des Parton Wirkungsquerschnittes mit den Parton Verteilungsfunktionen $q(x)$

$$\sigma(s) = \sum_q \int dx q(x, Q^2) \sigma(\hat{s})_P \quad ,$$

\hat{s} ist hierbei definiert als sx , folgt das gesuchte Endresultat der Gl.(15).

A.2 $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im t-Kanal

W^\pm Boson Austausch: Um auf ein Ergebnis für einen totalen Wirkungsquerschnitt wie Gl.(30) zu kommen ist die zeitaufwendigste Teilrechnung, in dem Rahmen in dem sich meine Diplomarbeit bewegt, die Berechnung des quadrierten Matrixelementes, wie beispielsweise Gl.(26). Da im folgenden noch mehrere von diesen ausgerechnet werden müssen, die technische Herangehensweise und die verwendeten Relationen aber immer die gleichen sind, führe ich diese erste Rechnung etwas in ihren Feinheiten aus:

Startpunkt ist die Gl.(25). Diese können wir, da die Quarks als masselos angenommen werden, mit Hilfe der Diracgleichung

$$(\not{p} - m)u(p) = \bar{u}(p)(\not{p} - m) = 0 \quad (149)$$

$$(\not{p} + m)v(p) = \bar{v}(p)(\not{p} + m) = 0 \quad , \quad (150)$$

und der Feststellung, dass $q = p_1 - k_1$, vereinfachen:

$$\mathcal{M}(\tilde{\chi}_1^0(p_1)u_i(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_k^+(k_1)u_j(k_2)) = \frac{-1}{\sqrt{2}t - M_W^2} g_2^2 \bar{u}(k_1)\gamma^\mu (C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R) u(p_1) \bar{u}(k_2)\gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2) \quad (151)$$

Um im nächsten Schritt das Betragsquadrat des Matrixelementes ausrechnen zu können brauchen wir nun das komplex-konjugierte der beiden Skalare der Amplitude:

$$\begin{aligned}
\left(\bar{u}(k_1)\gamma^\mu \left[C_{1k}^{L*}P_L + C_{1k}^{R*}P_R\right] u(p_1)\right)^\dagger &= u(p_1)^\dagger \left[P_L C_{1k}^L + P_R C_{1k}^R\right] (\gamma^\mu)^\dagger (\gamma^0)^\dagger u(k_1) \\
&= u(p_1)^\dagger \gamma^0 \left[P_R C_{1k}^L + P_L C_{1k}^R\right] \gamma^\mu u(k_1) \\
&= \boxed{\bar{u}(p_1)\gamma^\mu \left[P_L C_{1k}^L + P_R C_{1k}^R\right] u(k_1)} \quad (152)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\bar{u}(k_2)\gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2)\right)^\dagger &= u(p_2)^\dagger P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger (\gamma_\mu)^\dagger (\gamma^0)^\dagger u(k_2) \\
&= \bar{u}(p_2) P_R (V_{ij}^{qL})^\dagger \gamma_\mu u(k_2) \\
&= \boxed{\bar{u}(p_2)\gamma_\mu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger u(k_2)}, \quad (153)
\end{aligned}$$

nützlich für die obige Rechnung sind hierbei folgende Beziehungen:

$$\bar{u}(p) \equiv u(p)^\dagger \gamma^0 \quad (154)$$

$$\gamma^\mu \equiv \gamma^0 (\gamma^\mu)^\dagger \gamma^0 \quad (155)$$

$$\gamma^0 \equiv (\gamma^0)^2 \quad (156)$$

$$\dagger \equiv *^T. \quad (157)$$

hiermit bekommen wir:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} \left(\tilde{\chi}_1^\circ(p_1) u_j(p_2) \rightarrow u_i(k_2) \tilde{\chi}_k^+(k_1) \right)^* &= \frac{-1}{\sqrt{2}t - M_W^2} \frac{g_2^2}{M_W^2} \left(\bar{u}(p_1)\gamma^\mu \left[P_L C_{1k}^L + P_R C_{1k}^R\right] u(k_1) \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot \bar{u}(p_2)\gamma_\mu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger u(k_2) \right). \quad (158)
\end{aligned}$$

Folglich können wir für das quadrierte Matrixelement schreiben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}\mathcal{M}^* &= \frac{1}{2} \frac{g_2^4}{(t - M_W^2)^2} [\bar{u}(k_1) i g_2 \gamma^\mu (C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R) u(p_1) \bar{u}(k_2) \gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2) \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_1) \gamma^\nu [P_L C_{1k}^L + P_R C_{1k}^R] u(k_1) \bar{u}(p_2) \gamma_\nu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger u(k_2)] \\
&= \frac{1}{2} \frac{g_2^4}{(t - M_W^2)^2} [\bar{u}(k_1) i g_2 \gamma^\mu (C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R) u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu [P_L C_{1k}^L + P_L C_{1k}^R] u(k_1) \\
&\quad \cdot \bar{u}(p_2) \gamma_\mu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger u(k_2) \bar{u}(k_2) \gamma_\nu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2)]. \quad (159)
\end{aligned}$$

Nutzen wir die Spininformation des Prozesses aus, d.h. summieren über auslaufende und mitteln über einlaufende Spins, $\frac{1}{4} \sum_{\substack{r_1, r_2, \\ s_1, s_2}} |\mathcal{M}(s_1, s_2 \rightarrow r_1, r_2)|^2$, vereinfacht sich die weitere Rechnung beträchtlich, denn nun können wir die Vollständigkeitsrelationen ausnutzen und Spuren bilden:

$$\sum_s u^s(p) \bar{u}^s(p) = \not{p} + m \quad (160)$$

$$\sum_s v^s(p) \bar{v}^s(p) = \not{p} - m \quad (161)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s_1, s_2} \bar{v}_a^{s_1}(k) \gamma_{ab}^\mu u_b^{s_1}(p) \bar{u}_c^{s_1}(p) \gamma_{cd}^\mu v_d^{s_2}(k) &= (\not{k} - m)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{p} + m)_{bc} \gamma_{cd}^\nu \\ &= \text{tr} [(\not{k} - m) \gamma^\mu (\not{p} + m) \gamma^\nu] . \end{aligned} \quad (162)$$

Hieraus folgt für

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r_1, r_2, s_1, s_2} \bar{u}(k_1) i g_2 \gamma^\mu \left(C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R \right) u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\mu \left[P_L C_{1k}^L + P_L C_{1k}^R \right] u(k_1) \\ \cdot \bar{u}(p_2) \gamma_\mu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger u(k_2) \bar{u}(k_2) \gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} u(p_2) \end{aligned} \quad (163)$$

die gesuchte Gl.(26), wobei ich die Spinindizes nicht ausgeschrieben habe, sondern implizit voraussetze:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \text{tr} \left[(\not{k}_1 + m_{\tilde{\chi}_k^+}) \gamma^\mu \left[C_{1k}^{L*} P_L + C_{1k}^{R*} P_R \right] (\not{p}_1 + m_{\tilde{\chi}_i^0}) \gamma^\nu \left[P_L C_{1k}^{L*} + P_R C_{1k}^{R*} \right] \right] \\ &\quad \cdot \text{tr} \left[(\not{p}_2 + m_q) \gamma_\nu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger (\not{k}_2 + m_q) \gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} \right] \\ &= \frac{1}{4} \text{tr} \left[\left(\not{k}_1 \gamma^\mu C_{1k}^{L*} P_L + \not{k}_1 \gamma^\mu C_{1k}^{R*} P_R + m_{\tilde{\chi}_k^+} \gamma^\mu C_{1k}^{L*} P_L + m_{\tilde{\chi}_k^+} \gamma^\mu C_{1k}^{R*} P_R \right) \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(\not{p}_1 \gamma^\nu C_{1k}^L P_L + \not{p}_1 \gamma^\nu C_{1k}^R P_R + m_{\tilde{\chi}_i^0} \gamma^\nu C_{1k}^L P_L + m_{\tilde{\chi}_i^0} \gamma^\nu C_{1k}^R P_R \right) \right] \\ &\quad \cdot \text{tr} \left[\not{p}_2 \gamma_\nu P_L (V_{ij}^{qL})^\dagger \not{k}_2 \gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} \right] \\ &\stackrel{*}{=} \frac{1}{4} |V_{ij}^{qL}|^2 \text{tr} \left[\not{k}_1 \gamma^\mu C_{1k}^{L*} \not{p}_1 \gamma^\nu C_{1k}^L P_L + \not{k}_1 \gamma^\mu C_{1k}^{R*} \not{p}_1 \gamma^\nu C_{1k}^R P_R \right. \\ &\quad \left. + m_{\tilde{\chi}_k^+} \gamma^\mu C_{1k}^{L*} m_{\tilde{\chi}_i^0} \gamma^\nu C_{1k}^R P_R + m_{\tilde{\chi}_k^+} \gamma^\mu C_{1k}^{R*} m_{\tilde{\chi}_i^0} \gamma^\nu C_{1k}^L P_L \right] \\ &\quad \cdot \text{tr} \left[\not{p}_2 \gamma_\nu (V_{ij}^{qL})^\dagger \not{k}_2 \gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL} \right] , \end{aligned} \quad (164)$$

in den obigen Umformungen wurden die Eigenschaften der Projektionsoperatoren ausgenutzt:

$$P_{L/R} \equiv \frac{1}{2} (1 \mp \gamma^5) \quad (165)$$

$$P_{L/R}^2 = P_{L/R} \quad (166)$$

$$P_L \cdot P_R = P_R \cdot P_L = 0 , \quad (167)$$

in den nachfolgenden Umformungsschritten werden die normalen Spureigenschaften benutzt:

$$\text{tr}(\text{ungerade } \# \gamma\text{'s}) = 0 \quad (168)$$

$$\text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4 (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) \quad (169)$$

$$\text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5) = 0 \quad (170)$$

$$\text{tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma^5) = -4i\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \text{ bzw. } = 0 \text{ f\"ur 2 gleiche Indizes} \quad (171)$$

$$\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} = -2(\delta^\mu_\rho \delta^\nu_\sigma - \delta^\mu_\sigma \delta^\nu_\rho). \quad (172)$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \frac{4}{2} \frac{4}{2} |V_{ij}^{qL}|^2 [((k_1^\mu p_1^\nu - p_1 \cdot k_1 g^{\mu\nu} + k_1^\nu p_1^\mu) + i\epsilon^{\rho\nu\sigma\mu} p_{1\rho} k_{1\sigma}) |C_{1k}^L|^2 \\ &\quad + ((k_1^\mu p_1^\nu - p_1 \cdot k_1 g^{\mu\nu} + k_1^\nu p_1^\mu) - i\epsilon^{\rho\nu\sigma\mu} p_{1\rho} k_{1\sigma}) |C_{1k}^R|^2 \\ &\quad + g^{\mu\nu} m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + g^{\mu\nu} m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} C_{1k}^L C_{1k}^{R*}] \\ &\quad \cdot [(p_{2\nu} k_{2\mu} - p_2 \cdot k_2 g_{\mu\nu} + p_{2\mu} k_{2\nu}) + i\epsilon_{\rho\nu\sigma\mu} p_2^\rho k_2^\sigma] \\ &= |V_{ij}^{qL}|^2 [(k_1^\mu p_1^\nu - p_1 \cdot k_1 g^{\mu\nu} + k_1^\nu p_1^\mu) (|C_{1k}^L|^2 + |C_{1k}^R|^2) + i\epsilon^{\rho\nu\sigma\mu} p_{1\rho} k_{1\sigma} (|C_{1k}^L|^2 - |C_{1k}^R|^2) \\ &\quad + g^{\mu\nu} m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} (C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*})] \\ &\quad \cdot [(p_{2\nu} k_{2\mu} - p_2 \cdot k_2 g_{\mu\nu} + p_{2\mu} k_{2\nu}) + i\epsilon_{\rho\nu\sigma\mu} p_2^\rho k_2^\sigma] \\ &= |V_{ij}^{qL}|^2 (|C_{1k}^L|^2 + |C_{1k}^R|^2) (k_1^\mu p_1^\nu - p_1 \cdot k_1 g^{\mu\nu} + k_1^\nu p_1^\mu) (p_{2\nu} k_{2\mu} - p_2 \cdot k_2 g_{\mu\nu} + p_{2\mu} k_{2\nu}) \\ &\quad + |V_{ij}^{qL}|^2 (C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*}) g^{\mu\nu} m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} (p_{2\nu} k_{2\mu} - p_2 \cdot k_2 g_{\mu\nu} + p_{2\mu} k_{2\nu}) \\ &\quad - |V_{ij}^{qL}|^2 (|C_{1k}^L|^2 - |C_{1k}^R|^2) \epsilon^{\rho\nu\sigma\mu} p_{1\rho} k_{1\sigma} \epsilon_{\rho\nu\sigma\mu} p_2^\rho k_2^\sigma \\ &= |V_{ij}^{qL}|^2 (|C_{1k}^L|^2 + |C_{1k}^R|^2) 2(p_2 \cdot k_1 p_1 \cdot k_2 + k_1 \cdot k_2 p_1 \cdot p_2) \\ &\quad - |V_{ij}^{qL}|^2 (C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*}) 2p_2 \cdot k_2 m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} \\ &\quad + |V_{ij}^{qL}|^2 (|C_{1k}^L|^2 - |C_{1k}^R|^2) 2(p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 - p_1 \cdot k_2 p_2 \cdot k_1) \\ &= 2 \left[|C_{1k}^L|^2 p_1 \cdot p_2 k_1 \cdot k_2 + |C_{1k}^R|^2 p_1 \cdot k_2 p_2 \cdot k_1 \right. \\ &\quad \left. - (C_{1k}^{L*} C_{1k}^R + C_{1k}^L C_{1k}^{R*}) p_2 \cdot k_2 m_{\tilde{\chi}_k^+} m_{\tilde{\chi}_i^0} \right]. \quad (173) \end{aligned}$$

An der mit einem Stern * markierten Stelle Stelle bzw. Gl. (164) kann die obige Rechnung noch unter Verwendung der beiden Spurtheoreme

$$\text{tr}(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2) \text{tr}(\gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu \not{p}_4) = 32(p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_4 + p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_3) \quad (174)$$

$$\text{tr}(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \gamma^5 \not{p}_2) \text{tr}(\gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu \gamma^5 \not{p}_4) = 32(p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_4 - p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_3) \quad (175)$$

stark vereinfacht werden.

Z Boson Austausch: Diese Rechnung ist analog zur vorherigen für den Austausch eines W^\pm Bosons, nur dass in den Spuren nach dem ausmultiplizieren der Klammern mehr Terme stehen und ein Term (letzter Term im vorletzten Umformungsschritt von Gl.(173)) aufgrund des Majoranateilchenscharakters der Neutralinos $\tilde{\chi}_n^0$ wegfällt.

A.3 $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ für Mischdiagramme des s- und t-Kanals

Für die Berechnung der Mischamplituden werde einige neue Relationen für den Ladungskonjugations Operator C benötigt, ansonsten genügt das technische Handwerkszeug der vorangegangenen Unterkapitel. Ich stütze mich hierbei auf [39] und [14] als Quelle:

$$C = -C^T \quad (176)$$

$$C^{-1} = C^\dagger \quad (177)$$

$$C^{-1}\gamma^5 C = \gamma^5 \quad (178)$$

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T \quad (179)$$

$$C^{-1}\gamma_\mu\gamma^5 C = (\gamma_\mu\gamma^5)^T \quad (180)$$

$$u(p) = C\bar{v}^T(p) \quad (181)$$

$$v(p) = C\bar{u}^T(p) \quad (182)$$

$$\sum_s u^{(s)}(p)v^{(s)T}(p) = (\not{p} + m) C^T \quad (183)$$

$$\sum_s v^{(s)}(p)u^{(s)T}(p) = (\not{p} - m) C^T \quad (184)$$

$$\sum_s \bar{u}^{(s)T}(p)\bar{v}^{(s)}(p) = C^{-1}(\not{p} - m) \quad (185)$$

$$\sum_s \bar{v}^{(s)T}(p)\bar{u}^{(s)}(p) = C^{-1}(\not{p} + m) \quad (186)$$

A.4 $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + g)$ im t-Kanal

Die komplex konjugierten Amplituden zu Gl.(54) und (55) ergeben sich nach der selben Vorgehensweise wie im Fall des t-Kanals zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_a^* &= \frac{-1}{t - m_t^2} \epsilon_\mu^*(p_2) g_s T^{a*} \left[\bar{v}(k_2) \gamma^\mu q_1 (G_{3s1}^{uL*} P_R + G_{3s1}^{uR*} P_L) v(p_1) \right. \\ &\quad \left. + \bar{v}(k_2) \gamma^\mu (G_{3s1}^{uL*} P_R + G_{3s1}^{uR*} P_L) m_t v(p_1) \right] \end{aligned} \quad (187)$$

$$\mathcal{M}_b^* = \frac{-1}{u - m_t^2} \bar{v}(k_2) (G_{3s1}^{uL*} P_R + G_{3s1}^{uR*} P_L) v(p_1) \epsilon_\mu^*(p_2) g_s T^{a*} (q_2 + k_1)^\mu . \quad (188)$$

Nun können wir alle vier gesuchte Terme $|\mathcal{M}_a|^2, |\mathcal{M}_b|^2, \mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^*$ und $\mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b$ leicht ausrechnen. Die Rechnungen für $\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b^*$ und $\mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b$ sollten zusammengefaßt werden, da sich hier einige Terme gegenseitig aufheben. Des weiteren braucht man noch einige zusätzliche Relationen:

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = 4 \quad (\text{für 4 Dimensionen}) \quad (189)$$

$$\not{p} \not{p} = p^2 \quad (190)$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu = -2\gamma^\nu \quad (191)$$

$$\text{tr}[\gamma^5 \cdot \text{ungerade \# } \gamma\text{'s}] = 0 \quad (192)$$

$$\sum_\epsilon \epsilon_\mu(p_2) \epsilon_\nu^*(p_2) \Rightarrow -g_{\mu\nu} , \quad (193)$$

Gl. (193) kann in diesem Fall nur so benutzt werden, da die Rechnung auf Tree-Level beschränkt ist. Sonst könnten an dieser Stelle in einer Rechnung gemäß [48] zusätzlich *Ghost* Felder auftreten. Hinzu kommt, dass wir die Farbladung des Gluons mit berücksichtigen müssen und über dessen Vertexfaktor eine Gell-Mann Matrix T_a in die Amplitude bekommen:

$$\begin{array}{ccccc}
 \tilde{\chi}_1^\circ & & i & & \bar{t} \\
 & & & & \\
 & & i & & \\
 & & & & \\
 g & & j & & t
 \end{array}$$

Beim quadrieren des Matrixelementes müssen wir nun analog zum Spin über die einlaufende Farbe des Gluons mitteln ($\Rightarrow \frac{1}{8}$) und über die auslaufenden Farben summieren ($\Rightarrow \sum_{i,j}$), dies ergibt insgesamt einen Faktor $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{8} \sum_{a,j,i} T_{ji}^a T_{ji}^{a*} = \frac{1}{8} \sum_{a,j,i} T_{ji}^a T_{ij}^a = \frac{1}{8} \text{tr} [T^a T^a] \stackrel{irrep}{=} \frac{1}{8} \frac{4}{3} 3 = \frac{1}{2}, \quad (194)$$

noch ein paar Worte zum Umformungsschritt *irrep*:

Da die Gell-Mann Matrizen die Fundamentaldarstellung der $SU(3)$ und damit irreduzibel sind, können wir diese so wählen, dass die zur Normierung genutzte Spur zweier Generatoren proportional zur Identität ist: $\text{tr}[T^a T^b] = C(r) \delta^{ab}$. Über den Ansatz des Kasimir Operators T^2 kann nun gezeigt werden, vergleiche z.B. [48], dass diese Konstante $C(r)$ für $SU(N)$ zu

$$T^a T^a = C_2(N) \cdot \mathbf{1} = \frac{N^2 - 1}{2N} \cdot \mathbf{1} \quad (195)$$

bestimmt werden kann. Hiermit ergibt sich für $SU(3)$ bzw. im Schritt *irrep*:

$$\frac{9 - 1}{6} \text{tr}[\mathbf{1}] = \frac{9 - 1}{6} 3 = 4 \quad (196)$$

B Differentielle Wirkungsquerschnitte

B.1 $\frac{d\sigma(E_{in}, y)}{dy}$ im t-Kanal

Die Notation bezieht sich auf die des Schwerpunktsystems D.1. Ausgangspunkt ist die Definition von y für tief inelastische Streuung:

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{p_2 \cdot q}{p_1 \cdot p_2} = \frac{p_2 \cdot (p_1 - k_1)}{p_1 \cdot p_2} \\
 &= \frac{E_1 P_1 + P_1^2 - E_3 P_1 - P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta)}{E_1 P_1 + P_1^2} \\
 \Rightarrow \frac{dy}{d\cos(\theta)} &= -\frac{P_1 |\vec{P}_2|}{p_1 \cdot p_2} \Big|_1, \quad (197)
 \end{aligned}$$

hiermit und mit dem totalen Wirkungsquerschnitt nach D.3 folgt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{2\pi d\cos(\theta)} = \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{P}_2|}{64\pi^2 s P_1} \quad (198)$$

$$\iff \frac{d\sigma}{dy} = \frac{|\mathcal{M}|^2 p_1 \cdot p_2}{34\pi s P_1^2}. \quad (199)$$

Gl.(199) mit den Parton-Verteilungsfunktionen gefaltet ergibt die gesuchte Gl.(90).

B.2 $\frac{d\sigma(E_{in},y)}{dy}$ im s-Kanal

Wie in Kapitel 4.2 beschrieben ist unserer Ausgangspunkt eine isotrope Winkelverteilung im Ruhesystem des Squarks. Da wir im Prozess $\tilde{\chi}_1^\circ + q_i \rightarrow \tilde{\chi}_1^\circ + q_i$ sowohl ein ein- wie auch auslaufendes Neutralino haben ergeben sich für die Größen des Schwerpunktsystem mit vernachlässigten Quarkmassen und der Notation aus D.1:

$$E_1^* = E_3^* = \frac{s + m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2\sqrt{s}} \quad (200)$$

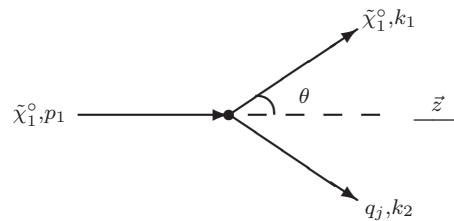
$$E_2^* = E_4^* = P_1^* = |\vec{P}_2^*| = \frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2\sqrt{s}}, \quad (201)$$

hierbei wurden die Größen zur besseren Unterscheidbarkeit gesternt *. Die identische Energie des ein- zum auslaufenden $\tilde{\chi}_1^\circ$ spiegelt die oben erwähnte Massengleichheit wieder, es kommt zu keinem Energieverlust.

Nun wird das Schwerpunktsystem analog zu Kapitel C.2 entlang der z-Achse auf das Ruhesystem des Nukleons geboostet:

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +E_2^* \\ -P_1^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +\frac{s-m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2\sqrt{s}} \\ -\frac{s-m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2\sqrt{s}} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} xM_N \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (202)$$

Die Größen des Laborsystems sind hierbei:



Für vernachlässigte Quarkmassen und das ruhende Nukleon lauten die 4-er Impulse nun:

- $p_1 = (E_1, +\vec{P}_1)$ mit $|\vec{P}_1| = \sqrt{E_1^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}$
- $p_2 = xP_N = (|\vec{P}_2|, \vec{P}_2) = x(m_N, 0)$
- $k_1 = (E_3, +\vec{P}_3)$ mit $|\vec{P}_3| = \sqrt{E_3^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}$
- $k_2 = (|\vec{P}_4|, \vec{P}_4)$ mit $|\vec{P}_4|^2 = |\vec{P}_1|^2 + |\vec{P}_3|^2 - |\vec{P}_1||\vec{P}_3|\cos(\theta)$.

An dieser Stelle tritt eine Inkonsistenz auf: Das Quark mit dem 4-er Impuls p_2 ist nicht mehr masselos. Dementsprechend sollte die zusätzliche Masse xm_N in der Rechnung mit berücksichtigt werden. Dies führt zu:

$$\frac{s + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{2\sqrt{s}} \implies \frac{s + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - x^2m_N^2}{2\sqrt{s}} \quad (203)$$

$$\frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}{2\sqrt{s}} \implies \frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 + x^2m_N^2}{2\sqrt{s}}, \quad (204)$$

und demzufolge

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +\frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 + x^2m_N^2}{2\sqrt{s}} \\ -\frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 + x^2m_N^2}{2\sqrt{s}} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} xM_N \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (205)$$

Aus den beiden aus (205) folgenden Gleichungen können wir β zu

$$\beta = \frac{P_1^*}{\left(\frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_N^2 x^2}{2\sqrt{s}}\right)}, \quad (206)$$

γ über $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ zu

$$\gamma = \frac{s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 + x^2m_N^2}{2\sqrt{s}xm_N} = \frac{E_1^*}{xm_N} \quad (207)$$

und $\beta\gamma$ schlußendlich als

$$\beta\gamma = \frac{P_1^*}{xm_N} \quad (208)$$

bestimmen. Die Energie E_3 des auslaufenden Neutralinos läßt sich nun leicht über

$$\begin{pmatrix} \frac{E_1^*}{xm_N} & \frac{P_1^*}{xm_N} \\ \frac{P_1^*}{xm_N} & \frac{E_1^*}{xm_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3^* \\ |\vec{P}_2^*| \cos(\theta)^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_3 \\ |\vec{P}_2| \cos(\theta) \end{pmatrix}. \quad (209)$$

zu

$$E_3 = \frac{s^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^4 + \cos(\theta)^* (s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)^2}{4sxm_N} \quad (210)$$

berechnen. Im letzten Schritt für das Endergebnis (210) wurden die Quarkmasse xm_N im Zähler nullgesetzt. Für die Wahl von $\cos(\theta)^* = -1$ und $\cos(\theta)^* = +1$ ergeben sich die Grenzen (98), (99). Der gesuchte differentielle Wirkungsquerschnitt (211) ergibt sich aus dem Resultat (210) und Gl.(96) nach einer letzten Anwendung der Kettenregel:

$$\frac{d\sigma(E_1, E_3)}{dE_3} = \frac{d\sigma(E_1, E_3)}{d\cos(\theta)^*} \frac{d\cos(\theta)^*}{dE_3} = \frac{\sigma_0}{2} \frac{4sxM_N}{(s - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2)^2}, \quad (211)$$

C Differentielle und totale Zerfallsbreiten

C.1 Für ein ruhendes SUSY Teilchen

$\frac{d\Gamma}{dE_3}$: Ausgangspunkt der unten stehenden Umformungskette ist Gl.(126):

$$\begin{aligned} d\Gamma & \stackrel{1.}{=} \text{“} \frac{1}{2m_1 (2\pi)^4} |\vec{P}_3| dE_3 \frac{d^3p_2}{2E_2} \frac{d^3p_4}{2E_4} \delta(m_1 - E_2 - E_3 - E_4) \delta^{(3)}(-\vec{P}_2 - \vec{P}_3 - \vec{P}_4) |\mathcal{M}|^2 \\ & \stackrel{2.}{=} \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} \sqrt{E_3^2 - m_3^2} dE_3 \frac{E_4}{E_2} dE_4 d\cos(\theta) \delta(m_1 - E_2 - E_3 - E_4) |\mathcal{M}|^2 \\ & \stackrel{3.}{=} \text{“} \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} \sqrt{E_3^2 - m_3^2} dE_3 \frac{E_4}{E_2} dE_4 \int_{-1}^{+1} d\cos(\theta) \delta(m_1 - E_2 - E_3 - E_4) |\mathcal{M}|^2 \\ & \stackrel{4.}{=} \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} \sqrt{E_3^2 - m_3^2} dE_3 \frac{1}{\sqrt{E_3^2 - m_3^2}} dE_4 \int_{x_1}^{x_2} dx \delta(m_1 - x - E_3 - E_4) |\mathcal{M}|^2 \\ & \stackrel{5.}{=} \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} dE_3 dE_4 |\mathcal{M}|^2 \\ & \stackrel{6.}{=} \frac{1}{8m_1 (2\pi)^3} dE_3 \int_{E_4^-}^{E_4^+} dE_4 |\mathcal{M}|^2, \end{aligned} \quad (212)$$

Gl.(212) umgestellt ergibt sofort das gesuchte Ergebnis (127). Die obigen beiden „ = “ kennzeichnen, dass ich hier Integrationen ausgeführt habe, ohne dies auf der linken Seite explizit ausgeschrieben zu haben. In den Zwischenschritten wurde das nachstehende ausgeführt:

1. $\frac{d^3p_3}{2E_3} = (4\pi) \frac{|\vec{p}_3| dE_3}{2}$
2. Führe $\delta^{(3)}(-\vec{P}_2 - \vec{P}_3 - \vec{P}_4)$ über $\int d^3p_2$ aus & $d^3p_4 = E_4^2 dE_4 2\pi d\cos(\theta)$
3. Über $d\cos(\theta)$ integrieren, Polarachse entlang \vec{p}_3 wählen.

$$4. |\vec{P}_2|^2 = E_2^2 = (\vec{P}_3 + \vec{P}_4)^2 = E_3^2 - m_3^2 + E_4^2 + 2\sqrt{E_3^2 - m_3^2}E_4 \cos(\theta)$$

$$\text{Substituiere nun: } x := E_2 \Rightarrow \frac{dx}{d\cos(\theta)} = \frac{\sqrt{E_3^2 - m_3^2}E_4}{E_2}$$

$$\text{Mit: } x_{1/2} = \sqrt{E_3^2 - m_3^2 + E_4^2 \mp 2\sqrt{E_3^2 - m_3^2}E_4}$$

5. Integral über dx ausführen. $\Rightarrow \neq 0$ für: $x_1 < x < x_2$

6. Integriere nun über dE_4 mit $E_4^\pm = \frac{-m_3^2 - m_1^2 + 2m_1E_3}{-2m_1 + 2E_3 \mp 2\sqrt{E_3^2 - m_3^2}}$.

Die Grenzen E_4^\pm können mit Hilfe von $x_1 < x < x_2$ abgeleitet werden.

4-er Impulse: Die im Betragsquadrat $|\mathcal{M}|^2$ stehenden Linearkombinationen von 4-er Impulsen $p_1 \cdot p_2$, $p_4 \cdot p_3$, $p_2 \cdot p_3$, $p_1 \cdot p_4$, $p_4 \cdot p_2$ lassen sich am einfachsten, da wir uns im Ruhesystem befinden, über $p_1 \cdot p_2 = m_1E_2$ ausdrücken. Eine Beispielsrechnung hierfür ist

$$\begin{aligned} (p_3 + p_4)^2 &= (p_1 - p_2)^2 \\ p_3^2 + p_4^2 + 2p_3 \cdot p_4 &= p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \\ m_3^2 + 2p_3 \cdot p_4 &= m_1^2 - 2m_1E_2 \\ p_3 \cdot p_4 &= (m_1^2 - m_3^2 - 2m_1E_2) \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (213)$$

analog erhalten wir:

$$p_3 \cdot p_2 = (m_1^2 - m_3^2 - 2m_1E_4) \frac{1}{2} \quad (214)$$

$$p_4 \cdot p_2 = (m_1^2 + m_3^2 - 2m_1E_3) \frac{1}{2} \quad (215)$$

$$p_1 \cdot p_4 = m_1E_4. \quad (216)$$

Integration über E_4 : Mit den obigen Ergebnissen lasse sich alle drei, zwei für $K_{lsp}^{CC}(E, y)$ und eine für $K_{lsp}^{NC}(E, y)$, Amplitudenbetragsquadrate als

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &\propto \frac{1}{((p_1 - p_3)^2 - M^2)^2} [A p_4 \cdot p_3 p_1 \cdot p_2 \\ &\quad + B p_2 \cdot p_3 p_1 \cdot p_4 + C p_4 \cdot p_2 m_1 m_3] \\ &\propto \frac{1}{(m_3^2 - 2m_1E_3 - M^2)^2} [Am_1E_2 (m_1^2 - m_3^2 - 2m_1E_2) \frac{1}{2} \\ &\quad + Bm_1E_4 (m_1^2 - m_3^2 - 2m_1E_4) \frac{1}{2} + C (m_1^2 + m_3^2 - 2m_1E_3) \frac{1}{2} m_1 m_3] \end{aligned} \quad (217)$$

$$\text{mit } E_2 = m_1 - E_3 - E_4 \quad (218)$$

schreiben. A , B und C sind hierbei Platzhalter für die jeweiligen Faktoren vor den Linearkombinationen der Impulse aus den Vertizes wie C_{1k}^L usw.. Die für die nun folgende Integration über

E_4 in den Grenzen von Gl.(128) benötigte Stammfunktion von (217) berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}|^2 \propto & \frac{1}{\left((p_1 - p_3)^2 - M^2\right)^2} \left[\frac{A}{2} [E_4 (m_1^2 - m_1 E_3) (-m_3^2 - m_1^2 + 2m_1 E_3) + \frac{1}{2} 2m_1 E_4^2 (m_1^2 - m_1 E_3) \right. \\
 & - \frac{1}{2} m_1 E_4^2 (-m_3^2 - m_1^2 + 2m_1 E_3) - \frac{2}{3} m_1^2 E_4^3] \\
 & + \frac{B}{2} \left(\frac{1}{2} m_1 E_4^2 (m_1^2 - m_3^2) - \frac{2}{3} m_1^2 E_4^3 \right) \\
 & \left. + \frac{C}{2} E_4 (m_1^2 + m_3^2 - 2m_1 E_3) \right] \quad (219)
 \end{aligned}$$

Integration über E_3 : Die untere und obere Grenze der Integration über E_3 lassen sich aus den zwei Grenzüberlegungen gewinnen, dass von den drei auslaufenden Zerfallsteilchen einmal das $\tilde{\chi}_1^\circ$ ruht und zum anderen ein Quark ruht und das zweite Quark genau antiparallel zum $\tilde{\chi}_1^\circ$ ausläuft:



1. $E_{3_{min}} = m_3$

2. • $\vec{p}_4 + \vec{p}_3 = 0 \Rightarrow |p_4| = |p_3| \Leftrightarrow E_4 = \sqrt{E_3^2 - m_3^2}$

• $E_4 + E_3 \stackrel{\text{ruhend}}{=} m_1$

$$\Rightarrow E_{3_{max}} = \frac{m_1^2 + m_3^2}{2m_1}$$

C.2 Für ein sich bewegendes SUSY Teilchen

Wir boosten nun das Ruhesystem in Richtung der z-Achse, hierdurch können die Beziehungen zwischen den beiden Inertialsystemen über eine 2×2 -Matrix beschrieben werden, da sich nur die z-Impulskomponenten verändern:

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ |\vec{P}_1| \end{pmatrix}, \quad (220)$$

E_1 und $|\vec{P}_1|$ sind nun die Energie und Impuls des vormals ruhendem $\tilde{\chi}_2^\circ$ bzw. $\tilde{\chi}_1^\pm$ im geboosteten Systems. Aus Gl.(223) folgt nun sofort

$$\gamma = \frac{E_1}{m_1} \quad (221)$$

$$\gamma = \frac{|\vec{P}_1|}{\beta m_1}, \quad (222)$$

aus Gl.(221) können wir β sofort über die Beziehung $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ zu $\beta = \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma}$ bestimmen. Die Größen des auslaufenden $\tilde{\chi}_1^\circ$, von nun an werden die ungeboosteten Größen mit einem * versehen, lauten:

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3^* \\ |\vec{P}_3^*| \cos(\theta)^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_3 \\ |\vec{P}_3| \cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E_3^* + \gamma\beta |\vec{P}_3^*| \cos(\theta)^* \\ \gamma E_3^* \beta + \gamma |\vec{P}_3^*| \cos(\theta)^* \end{pmatrix}. \quad (223)$$

Also haben wir die Beziehung

$$E_3 = \gamma E_3^* + \gamma\beta |\vec{P}_3^*| \cos(\theta)^* \quad (224)$$

gefunden. Aus dieser folgt sofort:

$$\frac{d\cos(\theta)^*}{dE_3} = \frac{m_1}{E_1} \frac{1}{\beta \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}}. \quad (225)$$

Mit Gl.(225) können wir jetzt eine differentielle Zerfallsbreite wie (127) mit den Größen des geboosteten Systems ausdrücken:

$$d\Gamma = dE_3^* f(E_3^*) = dE_3^* d\cos(\theta)^* \frac{f(E_3^*)}{2} \quad (226)$$

$$= dE_3 dE_3^* \frac{m_1}{E_1} \frac{1}{\beta \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}} \frac{f(E_3^*)}{2} \quad (227)$$

$$\Rightarrow \frac{d\Gamma(E_3)}{dE_3} = \int_{E_{3_{min}}^*}^{E_{3_{max}}^*} dE_3^* \frac{m_1}{E_1} \frac{1}{\beta \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}} \frac{f(E_3^*)}{2}. \quad (228)$$

Grenzen von E_3^* : Die untere Grenze des auslaufenden $\tilde{\chi}_1^\circ$ im Ruhesystem ausgedrückt durch die Größen desselbigen im geboosteten System läßt sich aus Gl.(224) für $\cos(\theta)^* = 1$ zu

$$E_{3_{min}}^* = \frac{-2E_3 + 2\beta \sqrt{\beta^2 \gamma^2 m_3^2 + E_3^2 - \gamma^2 m_3^2}}{2(\beta^2 - 1)\gamma} \quad (229)$$

bestimmen. Die zweite Lösung von Gl.(224) ist immer größer als Gl.(229), da das Vorzeichen vor der Wurzel für diese zwar negativ ist, der Nenner aber auch immer negativ ist ($\beta \leq 1$) und fällt somit weg, weil die untere Grenze gesucht wird. Die obere Grenze ergibt sich aus der Kinematik, vergleiche auch mit Kapitel C.1, zu

$$E_{3_{max}}^* = \frac{m_1^2 + m_3^2}{2m_1}. \quad (230)$$

$$(231)$$

Grenzen von E_3 : Die Integrationsgrenzen für die Energie des auslaufenden $\tilde{\chi}_1^\circ$ im geboosteten System folgen direkt aus denen des Ruhesystems (229), (230), da wir mit diesen die nachfolgende Ungleichung aufstellen können:

$$E_{3min}^* \leq E_{3max}^* \iff E_{3min}^* - E_{3max}^* \leq 0 \iff \frac{-2E_3 + 2\beta\sqrt{\beta^2\gamma^2 m_3^2 + E_3^2 - \gamma^2 m_3^2}}{2(\beta^2 - 1)\gamma} - \frac{m_1^2 + m_3^2}{2m_1} \leq 0 \quad (232)$$

Diese Ungleichung (232) wird für zu große oder zu kleine \mathbf{E}_3 nicht mehr erfüllt, bzw. gibt mir gerade hierdurch eine obere und untere Schrank für diese Energie. Dies ist besser für die Einschränkung auf sehr hohe Boostenergien E_1 zu erkennen, denn dann gilt $E_1 \approx |\vec{P}_1|$ und aus Gl.(221), (222) folgt direkt, dass $\beta \approx 1$ gilt. Hiermit bekommen wir dann:

$$\frac{m_3^2\gamma}{2\mathbf{E}_3} + \frac{\mathbf{E}_3}{2\gamma} - \frac{m_1^2 + m_3^2}{2m_1} \leq 0. \quad (233)$$

Dementsprechend gibt das nullsetzen von (232) und das lösen der daraus folgenden Beziehung die gesuchten Grenzen (137) und (137).

Für die Annahme hoher Boostenergien ergeben sich noch die folgenden Vereinfachungen:

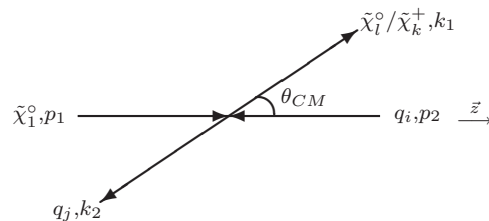
$$\frac{d\Gamma(E_3)}{dE_3} = \int_{E_{3min}^*}^{E_{3max}^*} dE_3^* \frac{m_1}{E_1} \frac{1}{\sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}} \frac{f(E_3^*)}{2} \quad (234)$$

$$E_{3min} = \frac{m_3^2}{m_1^2} E_1 \quad (235)$$

$$E_{3max} = E_1, \quad (236)$$

D Schwerpunkssystem

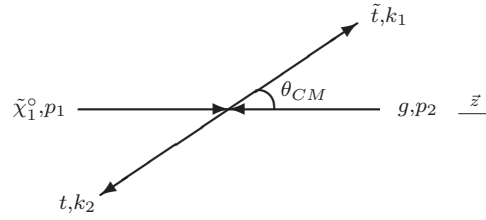
D.1 Größen im t-Kanal für $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$



Für vernachlässigte Quarkmassen ergeben sich die 4-er Impulse:

- $p_1 = (E_1, +P_1\hat{z})$ mit $E_1 = \sqrt{P_1^2 + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}$
- $p_2 = (E_2, -P_1\hat{z}) = (P_1, -P_1\hat{z})$
- $k_1 = (E_3, +\vec{P}_2)$ mit $E_3 = \sqrt{|\vec{P}_2|^2 + m_{\tilde{\chi}_k^+}^2}$
- $k_2 = (E_4, -\vec{P}_2) = (|\vec{P}_2|, -\vec{P}_2)$

D.2 Größen im t-Kanal für $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + g)$



Für vernachlässigte Quarkmassen ergeben sich jetzt die 4-er Impulse:

- $p_1 = (E_1, +P_1\hat{z})$ mit $E_1 = \sqrt{P_1^2 + m_{\tilde{\chi}_1^0}^2}$
- $p_2 = (E_2, -P_1\hat{z}) = (P_1, -P_1\hat{z})$
- $k_1 = (E_3, +\vec{P}_2)$ mit $E_3 = \sqrt{|\vec{P}_2|^2 + m_{\tilde{t}}^2}$
- $k_2 = (E_4, -\vec{P}_2)$ mit $E_3 = \sqrt{|\vec{P}_2|^2 + m_t^2}$

D.3 Definition von $\sigma(s)^{tot}$ im Schwerpunktsystem

Mit den Definitionen von p_1 , p_2 , k_1 und k_2 aus D.1 und D.2 läßt sich der Wirkungsquerschnitt nach [55] wie folgt schreiben:

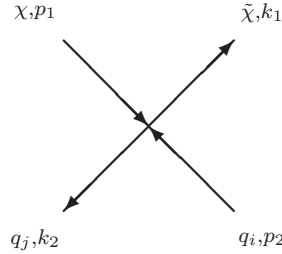
$$\begin{aligned}
 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} &= \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{P}_2|}{64\pi^2 s P_1} & (237) \\
 P_1^2 &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_1^2, m_2^2) \\
 |\vec{P}_2|^2 &= \frac{1}{4s} \lambda(s, m_3^2, m_4^2) \\
 \lambda(a, b, c) &\equiv (a - b - c)^2 - 4bc.
 \end{aligned}$$

Da die Streuung eines Neutralinos aber mit einem Nukleon und nicht schon direkt auf Parton-niveau stattfindet, muß Gl.(237) noch mit den Parton Verteilungsfunktionen gefaltet werden. Mit der Definition des Winkelelementes $d\Omega = d\varphi d\theta \sin(\theta)$ folgt sofort:

$$\begin{aligned}\sigma(s) &= 2\pi \sum_q \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \int_0^1 dx q(x, Q^2) \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{P}_2(\hat{s})|}{64\pi s P_1(\hat{s})} \\ &= \sum_q \int_{-1}^{+1} d\cos(\theta) \int_{x_{min}}^1 dx q(x, Q^2) \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{P}_2(\hat{s})|}{32\pi \hat{s} P_1(\hat{s})}.\end{aligned}\quad (238)$$

Hierbei ist \hat{s} wieder als xs definiert.

E x_{min} für t-Kanal Prozesse



In Gl.(238) wird die Integration über den Impulsbruchteil x des Quarks im Nukleon noch in den Grenzen von 0 bis 1 ausgeführt. Es muß jedoch aus Gründen der Kinematik und der verwendeten tief inelatischen Streuungsnäherung eine untere Grenze ungleich null angesetzt werden. Es ist möglich über zwei verschiedene Ansätze diese Grenze zu bestimmen:

E.1 Erster Ansatz

Hier wurde die 4-er Impulsdifferenz des t-Kanals als Ausgangspunkt gewählt und für die Herleitung gehen wir von einem Streuprozess $\tilde{\chi} q_i \rightarrow \tilde{\chi}' q_j$ aus, $\tilde{\chi}$ und $\tilde{\chi}'$ sind beispielsweise ein $\tilde{\chi}_1^0$ und $\tilde{\chi}_k^+$ und die q_i 's masselose Quarks:

$$\begin{aligned}\hat{t} &= (p_1 - k_1)^2 = m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2 - 2p_1 \cdot k_1 \\ &= m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2 - 2E_1 E_2 + 2P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta) \\ &= m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2 - \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{s}m_{\tilde{\chi}'}^2 + \hat{s}m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}}^2 m_{\tilde{\chi}'}^2)}{4\hat{s}} + 2P_1 |\vec{P}_2| \cos(\theta)\end{aligned}$$

$$= \frac{m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2}{2} - \frac{\hat{s}}{2} - \frac{m_{\tilde{\chi}}^2 m_{\tilde{\chi}'}^2}{2\hat{s}} + \frac{(\hat{s} - m_{\tilde{\chi}}^2)(\hat{s} - m_{\tilde{\chi}'}^2)}{2\hat{s}} \cos(\theta) \quad (239)$$

$$\stackrel{!}{\leq} -1 \text{ GeV}^2 . \quad (240)$$

Die Forderung der letzten Zeile folgt daraus, dass wir für tief inelastische Streuung Q , wobei $t = -Q^2$, größer als 1 GeV ansetzen müssen. Gl.(239) wird nun für $\cos(\theta) = -1$ am negativ größten bzw. für $\cos(\theta) = +1$ ergibt sich null und hiermit schon ein Widerspruch zu unserer Forderung $\leq -1\text{GeV}^2$. Folglich:

$$m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2 - \hat{s} - \frac{m_{\tilde{\chi}}^2 m_{\tilde{\chi}'}^2}{\hat{s}} \stackrel{!}{\leq} -1 \text{ GeV}^2 . \quad (241)$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{min} &= \frac{1}{2} (1\text{GeV}^2 + m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (1\text{GeV}^2 + m_{\tilde{\chi}}^2 + m_{\tilde{\chi}'}^2) - m_{\tilde{\chi}}^2 m_{\tilde{\chi}'}^2} \\ &= m_{\tilde{\chi}}^2 + x_{min} 2p_1 \cdot P_N \\ &= m_{\tilde{\chi}}^2 + x_{min} 2E_1 \cdot m_N , \end{aligned} \quad (242)$$

$p_2 = xP_N$ ist die Partonmodell Beziehung, wobei P_N der Nukleonimpuls ist. Gl.(242) umgestellt nach x_{min} ergibt die in Gl.(31) angegebene untere Grenze für x .

E.2 Zweiter Ansatz

Eine etwas grobere und nur von dem Gedanken der Kinematik getragene Überlegung geht wieder von einem Streuprozess $\chi q_i \rightarrow \tilde{\chi} q_j$ aus. Diesmal nur noch etwas allgemeiner gefaßt, da ich von 2 massiven Teilchen im Endzustand ausgehe. Dies kann dann auf den Fall von $\sigma(\tilde{\chi}_1^\circ + q_i)$ des ersten Ansatzes durch nullsetzen der Masse des zweiten massiven auslaufenden Teilchens überführt werden. So ein Szenario ist durch die Zuordnung $\chi, \tilde{\chi}$ entsprechen $\tilde{\chi}_1^\circ$ bzw. Stop/Top und q_i, q_j entsprechen Gluon bzw. Antitop/Antistop gegeben. Startpunkt ist die Energie s im Schwerpunktsystem:

$$s = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 \cdot k_2 \quad (243)$$

$$= m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2 + 0 + 2xP_N \cdot p_1 = m_t^2 + m_{\tilde{t}}^2 + 2k_1 \cdot k_2 , \quad (244)$$

x_{min} folgt nun aus der konstruierten Bedingung, dass minimal so viel Energie im Prozeß vorhanden sein muß, dass die Massen des Top und Antistops geschaffen werden können:

$$s_{min} = m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2 + 2x_{min} M_P E_{\tilde{\chi}_1^\circ} \stackrel{min}{=} m_t^2 + m_{\tilde{t}}^2 + 2m_t m_{\tilde{t}} \quad (245)$$

\iff

$$x_{min} = \frac{m_t^2 + m_{\tilde{t}}^2 + 2m_t m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}_1^\circ}^2}{2M_N E_{\tilde{\chi}_1^\circ}} , \quad (246)$$

ausgewertet im Ruhesystem des Nukleons, mit dessen Masse M_N und der Energie $E_{\tilde{\chi}_1^0}$ des einfallenden Neutralinos.

E.3 Vergleich ersten mit zweiten Ansatz

In Tabelle 6 sind die mit dem ersten und zweiten Ansatz erhaltenen unteren x Schranken für verschiedene Neutralinoenergien beispielhaft aufgeführt. Es ist klar ersichtlich, dass die beiden Ansätze sich im Ergebnis nur minimalst unterscheiden. In der erreichbaren Genauigkeit der auszuführenden Doppelintegration für den totalen Wirkungsquerschnitt geht diese minimale Differenz in den Fehlern der numerischen Berechnung unter. Die Ergebnisse des ersten Ansatzes sind immer minimalst größer, da hier noch die Bedingung $t \leq -1 \text{ GeV}^2$ mit einfließt.

Der Vorteil des zweiten Ansatzes ist seine einfachere Herleitung und das kompakte Endergebnis, der erste Ansatz spielt seine Stärke jedoch im Fall eines wieder auslaufenden Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ aus, hier ist der zweite ungeeignet, da er, aufgrund der nicht berücksichtigten $t \leq -1 \text{ GeV}^2$ Forderung, null ergibt. Im Falle, dass x_{min} größer als eins ist, ist die Energie des einlaufenden Neutralinos zu klein, um die Masse des auslaufenden Charginos produzieren zu können. Deshalb tragen diese Fälle auch nichts zum totalen Wirkungsquerschnitt bei.

x_{min} Werte			
Energie[GeV]	$\tilde{\chi}_k^+$	Ansatz 1	Ansatz 2
1.0e+04	1	0.66306072	0.66299053
1.0e+04	2	4.6398588	4.6399145
3.6e+04	1	0.18450058	0.18448105
3.6e+04	2	1.2910838	1.2910683
1.3e+05	1	0.051338383	0.051332949
1.3e+05	2	0.35925173	0.35924742
4.6e+05	1	0.01428521	0.014283698
4.6e+05	2	0.099963928	0.099962728
1.7e+06	1	0.0039749446	0.0039745238
1.7e+06	2	0.027815557	0.027815223
6.0e+06	1	0.0011060519	0.0011059349
6.0e+06	2	0.0077398439	0.007739751
2.2e+07	1	0.0003077655	0.0003077329
2.2e+07	2	0.0021536575	0.0021536317
7.8e+07	1	8.5637585e-05	8.562852e-05
7.8e+07	2	0.000599268	0.000599260
2.8e+08	1	2.3829167e-05	2.3826644e-05
2.8e+08	2	0.00016674988	0.00016674788
1.0e+09	1	6.6306072e-06	6.6299053e-06
1.0e+09	2	4.6399145e-05	4.6398588e-05

Tabelle 6: Aufgeführte Grenzen für $D1$ von **Set1** für auslaufende Charginos. 1 und 2 steht hierbei für ein $\tilde{\chi}_1^\pm$ bzw. $\tilde{\chi}_2^\pm$,

F Verwendete Datensätze

F.1 Für $\sigma(\tilde{\chi}_1^0 + q_i)$ im s-Kanal

Für die in der Tabelle 7 aufgeführten fünf freien Parameter ($\tan\beta$, μ , A_0 , m_0 und $m_{1/2}$) von mSUGRA wurde das Teilchenspektrum des MSSM mit dem Programm *Softsusy* [50] ausgerechnet.

mSUGRA-Parameter Szenarien									
Set1 ($\tan\beta = 2, \mu < 0, A_0 = 0$)					Set2 ($\tan\beta = 10, \mu > 0, A_0 = 0$)				
DS	m_0	$m_{1/2}$	$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	$m_{\tilde{d}_L}$	DS	m_0	$m_{1/2}$	$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	$m_{\tilde{d}_L}$
D1	80	150	63	365	D4	80	150	62	408
D2	150	250	104	582	D5	150	250	97	583
D3	250	450	189	992	D6	250	450	184	991

Tabelle 7: Definition verschiedener mSUGRA Szenarien. Alle Massenangaben sind in GeV und der Eintrag *DS* steht für Datensatz

Hierbei ist $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ die Masse des leichtesten Neutralinos und $m_{\tilde{d}_L}$ die Masse des linkshändigen Down Squarks. Letzteres spiegelt im Rahmen einer 20–50 GeV Abweichung die Masse der Mehrzahl der Squarks wieder. Fürs Bottom und Top Squark ist dieser Rahmen etwas größer.

F.2 Für ein Gaugino- oder Higgsino-artiges Neutralino

In Tabelle 8 sind jeweils zwei Datensätze für ein von den Bino- bzw. Higgsinokomponenten dominiertes Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ aufgelistet. Für die Gaugino Datensätze *G1* und *G2* wurden die mSUGRA Sätze *D2* und *D3* genommen, die Higgsino Datensätze *H1* und *H2* wurden wieder mit dem Programm *Softsusy* ausgerechnet, wobei hier nicht die mSUGRA Option benutzt wurde, sondern die zweite Möglichkeit einer expliziten Eingabe der SUSY brechenden Terme direkt an der schwachen Energieskala wahrgenommen wurde. Dies ist notwendig, da *Softsusy* für die mSUGRA Option fast immer ein Bino-artiges Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ erzeugt [51].

Bino-artiges Neutralino							
DS	$m_{\tilde{\chi}_1^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_2^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_3^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_4^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_2^\pm} [GeV]$	Grad[%]
G1	104	206	468	477	206	476	99.4
G2	189	367	800	805	367	805	99.8
Higgsino-artiges Neutralino							
DS	$m_{\tilde{\chi}_1^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_2^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_3^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_4^0} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} [GeV]$	$m_{\tilde{\chi}_2^\pm} [GeV]$	Grad[%]
H1	125	137	742	801	130	742	98.8
H2	300	310	940	970	303	970	98.9

Tabelle 8: Der Eintrag DS steht für Datensatz und $Grad[\%]$ steht für den Reinheitsgrad des jeweiligen Szenarios

F.3 Einträge der Mischungsmatrizen von $H2$

Für den Higgsino Datensatz $H2$ sind in Tabelle 9 und 10 explizit die Einträge der Neutralino und Chargino Mischungsmatrizen angegeben.

Mischungsmatrizen				
	N_{mix}			
N_{ij}	1	2	3	4
1	$+5.30 \cdot 10^{-2}$	$-9.04 \cdot 10^{-2}$	$+7.10 \cdot 10^{-1}$	$-6.96 \cdot 10^{-1}$
2	$-2.24 \cdot 10^{-2}$	$+3.90 \cdot 10^{-2}$	$+7.03 \cdot 10^{-1}$	$+7.10 \cdot 10^{-1}$
3	$+9.89 \cdot 10^{-1}$	$+1.44 \cdot 10^{-1}$	$-1.65 \cdot 10^{-2}$	$+3.96 \cdot 10^{-2}$
4	$-1.40 \cdot 10^{-1}$	$+9.85 \cdot 10^{-1}$	$+3.98 \cdot 10^{-2}$	$-9.79 \cdot 10^{-2}$

Tabelle 9: N_{mix} ist die Neutralinomischungsmatrix.

Mischungsmatrizen				
	U_{mix}		V_{mix}	
U/V_{ij}	1	2	1	2
1	$-5.30 \cdot 10^{-2}$	$+9.99 \cdot 10^{-1}$	$-1.30 \cdot 10^{-1}$	$+9.92 \cdot 10^{-1}$
2	$-9.99 \cdot 10^{-1}$	$-5.30 \cdot 10^{-2}$	$-9.92 \cdot 10^{-1}$	$-1.30 \cdot 10^{-1}$

Tabelle 10: U_{mix} und V_{mix} sind die beiden Charginomischungsmatrizen.

G Vertizesfaktoren

Die folgenden Vertizes des Standardmodells und des minimalen supersymmetrischen Standardmodells der Tabellen 11 und 12 sind [39] entnommen. Die jeweiligen genauen Definitionen der Faktoren g_L^f , C_{kl}^L usw. sind bei Verwendung der entsprechenden Vertizes im jeweiligen Kapitel zu finden.

Graph		Vertexfaktor
f'	μ, \mathcal{W}	$\mathcal{W} = W^-, f = d_j, f' = u_i$ $-\frac{ig_2}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL}$
		$\mathcal{W} = W^+, f = u_j, f' = d_i$ $-\frac{ig_2}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L V_{ij}^{qL\dagger}$
f		$\mathcal{W} = W^+, f = \nu_j, f' = e_i$ $-\frac{ig_2}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L \delta_{ij}$
		$\mathcal{W} = W^-, f = e_j, f' = \nu_i$ $-\frac{ig_2}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L \delta_{ij}$
f	μ, Z	$-\frac{ig_2}{\cos(\Theta_W)} (g_L^f \gamma_\mu P_L - g_R^f \gamma_\mu P_R)$
f		
$\tilde{\chi}_l^\circ$	μ, W^-	$+ig_2 \gamma_\mu (C_{kl}^L P_L + C_{kl}^R P_R)$
$\tilde{\chi}_k^+$		
$\tilde{\chi}_l^\circ$	μ, W^+	$+ig_2 \gamma_\mu (C_{kl}^{R*} P_L + C_{kl}^{L*} P_R)$
$\tilde{\chi}_k^-$		

Tabelle 11: Vertexfaktoren Teil 1

Graph		Vertexfaktor
$\tilde{\chi}_l^\circ$	μ, Z	$+\frac{ig_2}{\cos(\Theta_W)}\gamma_\mu (N_{nl}^L P_L + N_{ln}^R P_R)$
$\tilde{\chi}_n^\circ$		
f'	$\mu, \tilde{\chi}_k^+$	$+i [D_{isk}^L P_R + (E_{isk})^* P_L] C$
\tilde{f}		$f' = d_i, \tilde{f} = \tilde{u}_s; i = 1, 2, 3; s = 1, \dots, 6;$ $k = 1, 2$
\tilde{f}'	$\mu, \tilde{\chi}_k^+$	$-iC^{-1} [(D_{isk}^L)^* P_L + E_{isk}^R P_R]$
f		$f = d_i, \tilde{f}' = \tilde{u}_s; i = 1, 2, 3; s = 1, \dots, 6;$ $k = 1, 2$
f'	$\mu, \tilde{\chi}_l^\circ$	$+i [(G_{isl}^{qL})^* P_R + (G_{isl}^{qR})^* P_L]$
\tilde{f}		$f' = q_i, \tilde{f} = \tilde{q}_s; q = u, d; i = 1, 2, 3;$ $s = 1, \dots, 6; l = 1, 2, 3, 4$
\tilde{f}'	$\mu, \tilde{\chi}_l^\circ$	$+i [G_{isl}^{qL} P_L + G_{isl}^{qR} P_L]$
f		$f' = q_i, \tilde{f} = \tilde{q}_s; q = u, d; i = 1, 2, 3;$ $s = 1, \dots, 6; l = 1, 2, 3, 4$

Tabelle 12: Vertexfaktoren Teil 2

Literatur

- [1] D.Bird et al. Fly's eye collab. *Astrophys.J.***441**, 144 (1995).
- [2] H.Hayashida et al. Agasa collab. *Astropart. Phys.***10**, 303 (1999).
- [3] M.Ave et al. 2244 (2000). [arXiv:astro-ph/0007386].
- [4] R.A.Vazquez et al. *Astroparticle Physics***3**, 151 (1995).
- [5] M.Ave et al. 063007 (2002). [arXiv:astro-ph/0110613].
- [6] K.Shinozaki et al. Agasa collab. *Astrophys. J.***571** , L120 (2002).
- [7] K.Greisen. *Phys. Rev. Lett.***16**, 748 (1966).
- [8] G.T.Zatsepin and V.A.Kuzmin. *JETP Lett.***4**, 78 (1966).
- [9] J.P.Rachen and P.L.Biermann. *Astron.Astrophys.* **272**, 161 (1993). [arXiv:astro-ph/9301010].
- [10] E.Boldt and P.Ghosh. [arXiv:astro-ph/9902342].
- [11] E.Waxman. *Phys.Rev. Lett.* **75**, 386 (1995). [arXiv:astro-ph/950582].
- [12] P.Bhattacharjee and G.Sigl. *Phys. Rept.* **Rept.** **327**, 109 (2000). [arXiv:astro-ph/9811011].
- [13] S.Sarkar. [arXiv:hep-ph/0202013].
- [14] H.E.Haber and G.L.Kane. The search for supersymmetry: Proping physics beyond the standard model. *Phys. Rep.*, **117**:75–263, 1985.
- [15] V.Berezinsky and M.Kachelriess. *Phys.Lett.***B434**, 61 (1998).
- [16] V.Berezinsky, M.Kachelriess, and S.Ostapchenko. *Phys.Rev.* **D65**, 083004 (2002).
- [17] A.Ibarra and R.Toldra and. *High Energy Phys.***0206:006**, (2002).
- [18] R.Aloisio, V.Berezinsky, and M.Kachelriess. *Phys.Rev.* **D64**, 094023 (2004).
- [19] S.Sarkar and R.Toldra. *Nucl. Phys.* **B621**, 495 (2002).
- [20] C.Barbot and M.Drees. *Phys.Lett.***B533**, 107 (2002).
- [21] C.Barbot, M.Drees, F.Halzen, and D.Hooper. *Phys.Lett.***B563**, 132 (2003).
- [22] C.Barbot. [arXiv:hep-ph/0308028].
- [23] C.T.Hill, D.N.Schramm, and T.P.Walker. *Phys.Rev.***D36**, 1007 (1987).
- [24] P.Bhattacharjee, C.T.Hill, and D.N.Schramm. *Phys.Rev.Lett.* **69**, 567 (1992).
- [25] P.Bhattacharjee and G.Sigl. *Phys.Rev.***D51**, 4079 (1995). [arXiv:astro-ph/9412053].

- [26] V. Berezhinsky and M. Kachelrieß. Ultra-high energy lsp. page 162, (1998). [arXiv:hep-ph/9709485].
- [27] J.Ellis, J.Lopez, and D.V. Nanopoulos. *Phys. Lett.* **B247**, 257 (1990).
- [28] S.Chang, C.Coriano, and A.E.Faraggi. *Nucl. Phys.* **B477**, 65 (1996). [arXiv:hep-ph/9605325].
- [29] K.Benakli, J.R. Ellis, and D.V. Nanopoulos. *Phys.Rev.***D59**, 047301 (1999). [arXiv:hep-ph/9803333].
- [30] K.Hamaguchi, Y.Nomura, and T.Yanagiada. *Phys.Rev.***D58**, 103503 (1998). [arXiv:hep-ph/9805346].
- [31] K.Hamaguchi, Y.Nomura, and T.Yanagiada. *Phys.Rev.***D59**, 063507 (1999). [arXiv:hep-ph/9809426].
- [32] K.Hamaguchi, K.I. Izawa, Y.Nomura, and T.Yanagida. *Phys.Rev.***D60**, 125009 (1999). [arXiv:hep-ph/9903207].
- [33] C.Coriano, A.E.Fraggi, and M.Plümacher. *Nucl. Phys.* **B614**, 233 (2001). [arXiv:hep-ph/0107053].
- [34] D.J.H. Chung, E.W. Kolb, and A.Riotto. *Phys.Rev.***D60**, 0603504 (1999). [arXiv:hep-ph/9809453].
- [35] D.J.Chung, P.Crotty, E.W.Kolb, and A.Riotto. *Phys.Rev.***D64**, 043503 (2001). [arXiv:hep-ph/0104100].
- [36] R.Allahverdi and M.Drees. *Phys.Rev.Lett.***89**, 091302 (2002). [arXiv:hep-ph/0203118].
- [37] R.Allahverdi and M.Drees. *Phys.Rev.* **D66**, 063513 (2002). [arXiv:hep-ph/0205246].
- [38] M.Birkel and S.Sarkar. *Astropart. Phys.* **9**, 297 (1998). [arXiv:hep-ph/9804285].
- [39] Manuel Drees, Rohini M. Godbole, and Probir Roy. *Theory and Phenomenology of Sparticles*. World Scientific Publishing Company, 2005.
- [40] P.Nath. „twenty years of sugra“. [arXiv:hep-ph/0307123].
- [41] R.Arnouitt and P.Nath. *Phys.Rev.Lett.***69**, 725 (1992).
- [42] R.Arnouitt and P.Nath. *Phys.Lett.***B289**, 368 (1992).
- [43] R.G.Roberts and L.Roszkowski. *Phys.Lett.***B309**, 329 (1993). [arXiv:hep-ph/9301267].
- [44] Anindya Datta, Daniele Fargion, and Barbara Mele. Uhe neutralinos signatures: selectron/squark resonances in ν telescopes, and sneutrino bursts in the universe. 2004. [arXiv:hep-ph/0410176].
- [45] Luis Anchordoqui, Haim Goldberg, and Pran Nath. Probing msugra via the extreme universe space observatory. 2004. [arXiv:hep-ph/0403115].

- [46] John F. Gunion and Howard E. Haber. Higgs bosons in supersymmetric models. *Nuclear Physics*, B272:1–76, 1986.
- [47] S. Kretzer, H.L. Lai, F. Olness, and W.K. Tung. Cteq6 parton distributions with heavy quark mass effects. *Phys. Rev.*, D69:114005, 2004. [arXiv:hep-ph/0307022].
- [48] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [49] R.Gandhi, C.Quigg, M.H.Reno, and I.Sarcevic. Neutrino interactions at ultrahigh energies. 1998. [arXiv:hep-ph/9807264].
- [50] B.C.Allanach. *softsusy1.9* :a program for calculating supersymmetric spectra. *Comput. Phys. Commun.*, 143:305–331, 2002. hep-ph/0104145.
- [51] R.G. Roberts and L. Roszkowski. Implications for minimal supersymmetry from grand unifications and the neutralino relic abundance. *Phys. Lett.*, B 69:114005, 1992. [arXiv:hep-ph/9301267].
- [52] Vadim A.Naumov and Lorenzo Perrone. Neutrino propagation through matter. 2005. [arXiv:hep-ph/9804301].
- [53] E.Reya and J.Rödiger. Signatures of cosmic tau-neutrinos. 2005. [arXiv:hep-ph/0505218].
- [54] R.Ghandhi, C.Quigg, M.H.Reno, and I.Sarcevic. *Astropart. Phys.*, 5, 1996. 81.
- [55] Quang Ho-Kim and Pham Xuan Yem. *Elementary Particles and Their Interactions*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1998.